

УДК 621: 622.24.25.5

## УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ



**С.М. АХМЕТОВ<sup>1\*</sup>**,  
доктор технических наук,  
профессор, академик  
НИА РК, академик РАЕН,  
проректор по  
научной работе и  
инновациям



**Н.М. АХМЕТОВ<sup>1</sup>**,  
доктор технических наук,  
доцент, заведующий  
кафедрой «Нефтегазовое  
дело»



**С.К. АБУГАЛИЕВ<sup>2</sup>**,  
кандидат технических  
наук, член.-корр. НИА РК,  
генеральный директор

<sup>1</sup>Атырауский университет нефти и газа им. С. Утебаева,  
Республика Казахстан, 060000, г. Атырау, ул. Баймуханова, 45 А

<sup>2</sup>ТОО «Адай Петролеум компани»,  
Республика Казахстан, 060000, г. Атырау, проспект Азаттык, 42

*Наиболее ответственным звеном – частью в процессе бурения, передающим мощность от буровой установки до породоразрушающего инструмента, является колонна буровых труб (БТ). Именно поэтому, исследованиям колебательных и волновых процессов в протяженных составных бурильных трубах при осевых стационарных и нестационарных динамических усилиях придается большое значение, т. к. это обеспечивает прочность бурильных труб при бурении и эксплуатации нефтегазовых скважин. Нестационарные колебания геометрически нелинейных распределенных систем является весьма сложной проблемой механики деформируемого твердого тела и теории колебаний. В связи с бурным развитием добывающих отраслей промышленности, решение этой проблемы приобретает особое значение. Это связано с обеспечением устойчивости конструкций бурильных колонн (БК) в целом при возрастающей мощности и скорости бурильных агрегатов и механизмов. Анализ*

\*Автор для переписки. E-mail: axmetov\_aing@mail.ru

проблемы выявил ряд малоизученных задач, к которым относятся вопросы учета как физических, так и геометрически нелинейных систем, сопровождаемых различными видами осложнений (потери устойчивости колонн, разрывы труб и др.), волновые и колебательные процессы в элементах бурильной динамической системы (БДС), нахождение критических значений осевых нагрузок с использованием эффективных методик. Вследствие большой длины БК по сравнению с поперечными размерами, ее часто моделируют длинным однородным тонким стержнем, что является достаточно грубым приближением, т. к. образующие БК трубы соединены замками, снабжены центраторами и другими устройствами, значительно изменяющими динамику колонны. В связи с этим теоретически БК должна рассматриваться как нелинейная механическая система с бесконечным числом степеней свободы. Однако здесь возникает сложность, связанная с невозможностью аналитического исследования динамики работы такой системы, а, следовательно, выявления ее прочности, устойчивости, отрицательного или, напротив, положительного влияния колебаний и вибраций при динамических нагрузках в процессе бурения. В целях изучения данной проблемы авторами рассматриваются устойчивость и колебания БК с учетом геометрической нелинейности деформирования. В результате проведенных исследований нелинейных колебаний БК с учетом конечной деформации изогнутой оси, а также колебаний геометрически линейной колонны при действии осевой нагрузки получены формы прогибов БК при действии на нее сжимающей нагрузки, прогиба БК в зависимости от времени и ее осевого напряжения от времени для различных параметров.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** бурильная колонна, бурильная динамическая система, устойчивость, нестационарное колебание, геометрическая нелинейная система, деформация, прочность, изогнутая ось.

## ДЕФОРМАЦИЯЛАУДЫҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕСТІГІН ЕСКЕРГЕНДЕГІ БҰРҒЫЛАУ БАҒАНАЛАРЫНЫҢ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫ МЕН ТЕРБЕЛІСТЕРІ

**С.М. АХМЕТОВ<sup>1\*</sup>**, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰИА академигі, РЖҒА академигі.

**Н.М. АХМЕТОВ<sup>1</sup>**, техника ғылымдарының докторы, доцент

**С.Қ. ӘБУҒАЛИЕВ<sup>2</sup>**, техника ғылымдарының кандидаты, ҚР ҰИА корр.– мүшесі

<sup>1</sup>С. Өтебаев атындағы Атырау мұнай және газ университеті,  
Қазақстан Республикасы, 060000, Атырау қ., Баймұханов к., 45 А

<sup>2</sup>«Адай Петролеум компани» ЖШС,  
Қазақстан Республикасы, 060000, Атырау қ., Азаттық даңғылы, 42

Бұрғылау құбырларының (БК) бағанасы – бұрғылау процесіндегі бұрғылау қондырғысынан таукенді бұзатын құралға дейінгі қуатты беретін ең жауапты буын болып табылады. Сондықтан, осьтік стационарлық және нестационарлық емес динамикалық күш әсер еткен кездегі созылған құрамды бұрғылау құбырларындағы тербеліс және толқындық процестерді зерттеуге үлкен мән беріледі, өйткені бұл мұнай-газ ұңғымаларын бұрғылау және пайдалану кезінде бұрғылау құбырларының беріктігін қамтамасыз етеді. Геометриялық сызықсыз таратылған жүйелердің стационарлы емес тербелістері деформацияланатын қатты дене механикасы мен тербелістер теориясының күрделі мәселесі болып табылады. Өнеркәсіптің өндіруші салаларының қарқынды дамуына байланысты бұл проблеманы шешу ерекше маңызға ие болуда. Бұл бұрғылау агрегаттары мен механизмдерінің қуаты мен жылдамдығы өсе түскен кезде бұрғылау бағаналары (ББ) конструкцияларының ор-

нықтылығын қамтамасыз етудің қажеттілігінен туындайды. Проблеманы талдаудың негізінде әліде толық зерттелмеген мәселелер анықталды, олардың қатарына асқынулардың әртүрлі түрлерімен (колонналардың орнықтылығын жоғалтуы, құбырлардың үзілуі және т.б.) сүйемелденетін физикалық және геометриялық сызықсыз жүйелерді есепке алу сұрақтары, сондай-ақ бұрғылау динамикалық жүйесінің (БДЖ) элементтеріндегі толқындық және тербеліс процестері, тиімді әдістемелерді пайдалана отырып, осьтік жүктемелердің шектік мәндерін табу жатады. Көлденең өлшемдерімен салыстырғанда ББ үлкен ұзындығының салдарынан, оны көбінесе ұзын біртекті жұқа стержін түрінде модельдейді, ал бұның өзі өте өрескел жорамалдау болып табылады, себебі, өзіміз білетіндей, бұрғылау колоннасын құрайтын құбырлар бір-бірімен құлыптар арқылы жалғанған, сонымен қатар, колонна динамикасының өзгеруіне айтарлықтай әсер ететін центраторлармен және басқа да құрылғылармен жабдықталған. Осы себептен ББ теориялық тұрғыдан шексіз еркіндік дәрежелері бар сызықты емес механикалық жүйе ретінде қарастырылуы тиіс. Алайда бұл жерде мұндай жүйенің жұмыс динамикасын аналитикалық зерттеудің мүмкін еместігіне байланысты қиындық туындайды, демек, оның беріктігін, орнықтылығын, толқындар мен тербелістердің бұрғылау процесі кезінде динамикалық жүктеменің теріс немесе керісінше, оң әсерін анықтауға тура келеді. Бұл проблеманы зерттеу мақсатында авторлар ББ орнықтылығы мен тербелісін деформациялаудың геометриялық сызықсыздығын ескере отырып қарастырады. Қисық осьтің соңғы деформациясын ескере отырып жүргізілген ББ сызықсыз тербелістерін зерттеудің нәтижесінде, сондай-ақ осьтік жүктеменің әрекет етуі кезінде геометриялық сызықсыз бағананың тербелістерін есепке ала отырып, оған қысу жүктемесінің әрекет етуі кезіндегі ББ иілуінің формалары анықталды және әр түрлі параметрлер үшін уақыт пен оның осьтік кернеуіне байланысты ББ иілуі зерттелді.

**НЕГІЗГІ СӨЗДЕР:** бұрғылау бағаналары, бұрғылау динамикалық жүйесі, тұрақтылық, стационарлық емес тербелістер, геометриялық сызықсыз жүйелер, деформация, беріктілік, иілген осьтер.

## STABILITY AND OSCILLATION OF DRILL STRINGS TAKING INTO ACCOUNT THE GEOMETRIC NONLINEARITY OF DEFORMATION

**S. AKHMETOV<sup>1\*</sup>**, doctor of technical Sciences, Professor, academician of the National engineering Academy of Kazakhstan, academician of the Russian Academy of natural Sciences

**N. AKHMETOV<sup>1</sup>**, doctor of technical Sciences, associate Professor

**S. ABUGALYEV<sup>2</sup>**, candidate of technical Sciences, corresponding member of the National engineering Academy of Kazakhstan

<sup>1</sup>S. Utebaev Atyrau University of oil and gas,  
Republic of Kazakhstan, 060000, Atyrau, Baimukhanov str., 45 A

<sup>2</sup>«Aday petroleum company» LLP,  
Republic of Kazakhstan, 060000, Atyrau, Azattyk Ave., 42

*The most important link in the drilling process, transmitting power from the drilling rig to the rock-breaking tool is a string of drill pipes (DP). That is why the research of oscillatory and wave processes in extended composite drill pipes with axial stationary and non-stationary dynamic forces is given great importance, because it provides the strength of drill pipes during drilling and operation of oil and gas wells. Unsteady oscillations of geometrically nonlinear distributed systems is a very complex problem of deformable solid mechanics and oscillation theory. In connection with the rapid development of extractive industries, the solution of this problem is of particular importance. This is due to ensuring the stability of drill string (DS) structures in General with increasing power and*

*speed of drill units and mechanisms. The analysis of the problem revealed a number of little-studied problems, which include the issues of accounting for both physical and geometrically nonlinear systems, accompanied by various types of complications (loss of stability of columns, pipe breaks, etc.), wave and oscillatory processes in the elements of the drill dynamic system (DDS), finding critical values of axial loads using effective methods. Due to the large length of the DS in comparison with the transverse dimensions, it is often modeled by a long uniform thin rod, which is a fairly rough approximation, since the pipes forming the DS are connected by locks, equipped with centralizers and other devices that significantly change the dynamics of the column. In this regard, theoretically, the DS should be considered as a nonlinear mechanical system with an infinite number of degrees of freedom. However, there is a complexity associated with the impossibility of analytical study of the dynamics of such a system, and, consequently, to identify its strength, stability, negative or, conversely, positive influence of vibrations and vibrations under dynamic loads during drilling. In order to study this problem, the authors consider the stability and oscillations of the DS, taking into account the geometric nonlinearity of deformation. In result of investigations of nonlinear oscillations of the DS taking into account the finite deformation curved axis, and fluctuations in the geometrically linear column under the action of axial load received from the deflection of the DS under a compression load, deflection of the DS, depending on the time and its axial stress time for various parameters.*

**KEY WORDS:** drill string, drill dynamic system, stability, unsteady oscillation, geometric nonlinear system, deformation, strength, curved axe.

**А**налитические исследования БДС выполнены в работах Саркисова Г.М., Сарояна А.Е., Песляк Ю.А., Вудс Г., Никитина Ю.Ю., Александрова М.М., Барского И.Л. и других авторов [1–15]. Методика применения метода конечных элементов для изучения динамики БК изложены в работах Зенкевича О., Образцова И.Ф., Савельева Л.М. и др. [16, 17]. Из этих работ следует, что нагрузки могут быть статическими и динамическими, и к ним относятся: крутящий момент от двигателя и повторно меняющиеся нагрузки при бурении с долотами режущего типа, осевые растягивающие нагрузки – от буровой установки и сжимающие нагрузки, сопровождаемые вибрациями – при работе долота на забое и т. д. Как поведет себя колонна при той или иной динамической нагрузке во многом зависит от динамических характеристик самой конструкции колонны, ее частот и форм при продольных, крутильных и поперечных собственных колебаниях. Определение динамических характеристик БК, недопущение отрицательного влияния колебаний и их результирующих – биений при динамических воздействиях также представляет сложную проблему для неоднородной, составной конструкции колонны.

Классическим примером фундаментальной теоретической проблемы бурения является управление динамикой БК. Первым ученым, который рассмотрел статику и динамику стержней, находящихся под действием собственного веса, был Леонард Эйлер. Теоретическим основам динамики упругих систем посвящены ряд научных монографий Тимошенко С.П., Пановко, Ганиева Р.Ф., Бабакова И.М., Хаяси Т., Динника А.Н., а также других ученых, которые представляют основы теории механических колебаний, в том числе и нелинейных [18–25]. Анализируя динамическое уравнение Эйлера, академик Л.С. Лейбензон впервые показал, что создание гидравлических двигателей, расположенных у долота, ослабит подверженность колонны неуправляемым поперечным колебаниям. Явление потери устойчивости БК и дина-

мика вращательного бурения были исследованы А.Н. Динником [25]. Устойчивость и расчеты на прочность БК рассматривались в работах [1–13]. Большое влияние на теоретические представления о поведении колонн и искривлении скважин оказали работы [10–14], основанные исключительно на плоских статических моделях. До сих пор большинство расчетов БК базируется на этих представлениях. Там же впервые установлено, что статический подход может давать удовлетворительные результаты только в отдельных частных случаях. Вопросы волновых явлений и влияние их на динамику БК рассмотрены в работах [6–8], где установлены закономерности поведения труб колонн при выполнении буровых работ.

Теоретические положения динамики и устойчивости БК и способах их реализации на практике исследованы в работах И.Л. Барского и др. [10–13]. Автором, в частности, выявлено, что воздействие крутящего момента на поведение колонны определяется не его величиной, а возможным изменением характера выхода колонны из состояния статического равновесия. При этом скручиваемая колонна теряет устойчивость не путем статического изгиба, а по типу флаттера, когда подводимая к колонне энергия преобразуется в энергию поперечных колебаний с растущей по времени амплитудой. Стенки скважины, ограничивая амплитуду колебаний колонны, вовлекают ее в прецессионное движение. Колонна бьется о стенки скважины, а долото формирует многоугольный забой, что является причиной целого ряда осложнений.

Большое число работ посвящено современным методам и средствам контроля за колебаниями бурового инструмента. В силу чрезвычайной сложности физических процессов, имеющих место при строительстве и эксплуатации скважин, в бурении, прежде всего, ценится практический опыт. Именно ему отдается предпочтение при принятии окончательных технологических решений. На основе опытного бурения предлагаются различные способы и технические средства для предотвращения искривлений скважин [26, 27].

Рассмотрим сначала линейную динамическую модель колонны, опирающуюся нижним концом на забой, на которую действует сжимающая осевая нагрузка [28–30] (рисунки 1).

Как известно, БК состоит из следующих элементов [1], утяжеленных бурильных труб (УБТ), стальных (СБТ) и легкосплавных бурильных труб (ЛБТ), ведущей бурильной трубы, резьбовых переводников, центраторов и калибраторов. В таблице 1 представлены значения наружных ( $D_1$ ), внутренних ( $D_2$ ) диаметров и погонной массы ЛБТ используемые на практике [1, 2]

**Таблица 1 – Основные характеристики легкосплавных бурильных труб**

Наружный диаметр $D_1$ (мм)	101,6	114,3	127	139,7
Внутренний диаметр $D_2$ (мм)	83,6	96,3	109	121,7
Погонная масса (кг/м)	20,4	23,3	26,2	29

Диаметры УБТ выбирают в зависимости от диаметра долота и ожидаемых условий бурения (таблица 2).

Таблица 2 – Рекомендуемые диаметры утяжеленных бурильных труб

Диаметр долота, мм	Диаметр УБТ, мм	
	При нормальных условиях бурения	При осложненных условиях бурения
139,7–146,0	114	108
149,2–158,7	121 (133)	114
165,1–171,4	133(146)	121
187,3–200,0	159	146
212,4– 228,6	178	159
244,5–250,8	203	178
269,9	229	203
295,3	245	219
320,0	245	229
349,2	254	229
374,6 и более	273	254

Длина УБТ определяется из условий:

– для роторного бурения

$$l_0 = 1.25P_d / q ,$$

– для бурения забойным двигателем

$$l_0 = (1.25P_d - C_{зд}) / q ,$$

где  $P_d$  – осевая нагрузка, на долото,  $H$ ;  $q$  – вес 1 м УБТ,  $H/м$ ;  $C_{зд}$  – вес забойного двигателя,  $H$ .

Напряжения от собственного веса в сечении трубы, отстоящем на расстоянии  $x$  от нижнего конца бурильной колонны вычисляются по формуле

$$\sigma = Kx / \gamma , \tag{1}$$

где  $\gamma$  – удельный вес материала трубы колонны,  $K$  – коэффициент, учитывающий вес бурильных замков и утолщенных концов трубы.



Рисунок 1 – Расчетная модель бурильной колонны при продольном сжатии, вызывающем поперечный изгиб.

Из уравнения (1) видно, что напряжения от собственного веса не зависят от диаметра и толщины стенки труб и возрастают с увеличением длины колонны. Критической длиной  $L_k$  называется длина, при которой колонна труб разрушается от собственного веса.

Пусть сжатый стержень находится в критическом состоянии, когда сжимающая сила достигает критического значения, и стержень изгибается. Тогда в плоскости наименьшей жесткости происходит продольный изгиб стержня. В отсутствии продольных перемещений потенциальная энергия деформации при изгибе стержня под действием осевой сжимающей силы  $N$  и кинетическая энергия связаны с прогибом стержня  $w$  следующим образом:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EJ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx - \frac{1}{2} \int_0^L N \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx,$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho F \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx$$

где  $J = \frac{\pi D^4}{64} \left( 1 - \frac{d^4}{D^4} \right)$  – момент инерции кольцевого сечения.

Тогда изгибные колебания стержня под действием продольной силы  $N(x)$  описываются уравнением

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Геометрические граничные условия стержня для решения уравнения (2) будут (см. рис. 1): на верхнем конце ( $z=0$ ) с плавающей заделкой, где приложена продольная сила  $N$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -N \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

на нижнем конце ( $Z=L$ ) колонна упирается в забой -

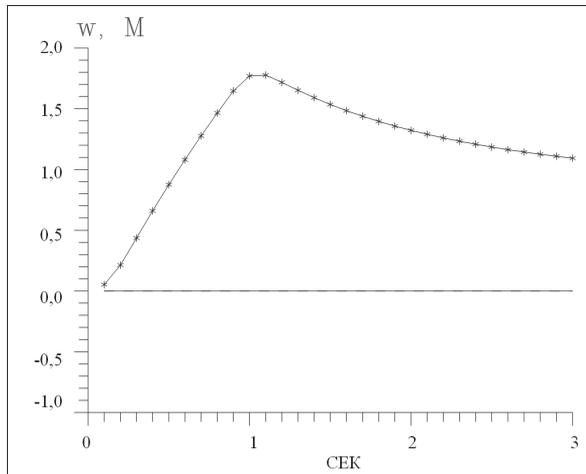
$$w = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

Исследование динамических характеристик поперечных колебаний рассматриваемой БК показало, что скорость распространения поперечных волн ( $c=0,06c_{np}$ ) более, чем на порядок уступает скорости распространения продольных и крутильных волн. Поэтому в трубах, материал которых обладает даже небольшими вязкими свойствами, эти волны успевают угаснуть до того, как фронт волны достигнет противоположного конца колонны.

Рассмотрим задачу о распространении поперечной волны от осевого одиночного импульса на торце:

$$N(t) = \begin{cases} N_0 & \text{при } 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{при } t > \tau \end{cases}$$

Продолжительность импульса  $t = 1$  сек.



**Рисунок 2 – Перемещения верха колонны при осевой нагрузке интенсивностью  $N_0=0,1$  кН и продолжительностью  $\tau = 1$  сек**

На приведенном чертеже горизонтальная (практически нулевая) линия представляет собой перемещения центральной и нижней частей колонны. Очевидно, что при небольших осевых нагрузках ( $N < P_{1кр}$ ) колонна представляет собой консольный стержень, в котором преобладают перемещения верхнего сечения, центральная же и нижняя части колонны остаются на месте. Перемещения верха увеличиваются до тех пор, пока продолжает действовать нагрузка, т. е. до момента  $t=1$  сек, после чего происходит медленная релаксация.

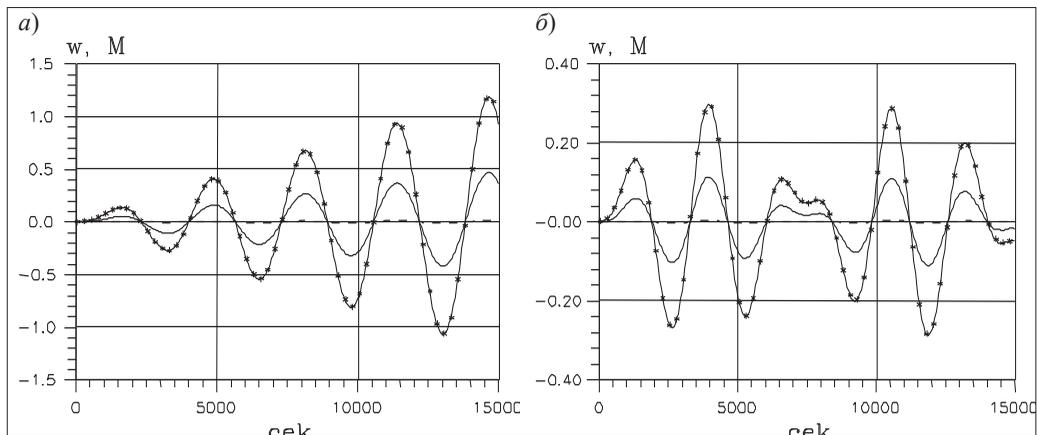
Установлено, что частота собственных поперечных колебаний составляет около  $3 \times 10^{-3}$  Гц. Поэтому представляет интерес исследовать динамическое поведение колонны при воздействии, способном вызвать значительные колебательные процессы в колонне. Таким воздействием является воздействие с частотой собственных колебаний.

Рассмотрим динамику колонны при синусоидальной нагрузке с периодом, близким к периоду собственных колебаний ( $T=3000$  сек). В этом случае поперечные перемещения приобретают резонансный характер (рисунок 3а) с преобладающими амплитудами верхнего торца (\*-\*). Перемещения центральной части показаны сплошной линией, а нижнего конца – пунктиром. Последняя линия практически совпадает с нулевой.

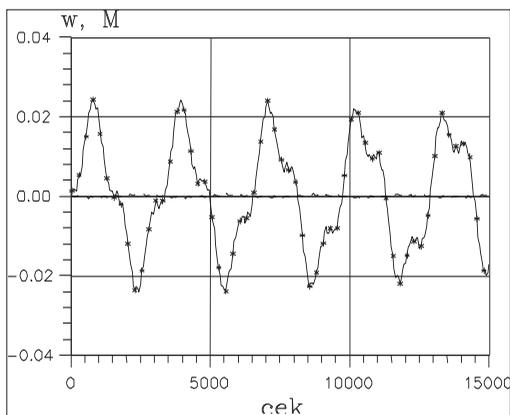
Представленные на рисунке 3а данные получены с учетом веса колонны, а на рисунке 3б для сравнения приведены поперечные колебания сечений колонны при том же воздействии, но без учета веса. В последнем случае резонанс отсутствует, и колебания происходят с меньшей амплитудой, т. е. динамические характеристики облегченной колонны отличаются от динамических характеристик колонны, полученных с учетом собственного веса.

Наличие прихвата, уменьшающего свободную длину колонны, приводит к результатам, показанным на рисунке 4.

Здесь можно наблюдать движение только верхней части колонны, представляю-



**Рисунок 3 – Перемещения сечений колонны с учетом (а) и без учета собственного веса (б) при осевой гармонической нагрузке с периодом  $T=3000$  с: \*-\*- верхнее сечение; \_\_\_\_\_ – центральное сечение; - - - - - нижнее сечение**



**Рисунок 4 – Перемещения сечений колонны, прихваченной на глубине 500–600 м при осевой гармонической нагрузке с периодом  $T=3000$  с: \*-\*- верхнее сечение; \_\_\_\_\_ – центральное сечение; - - - - - нижнее сечение**

щее собой колебания с частотой приложенной нагрузки. Эти колебания сопровождаются высокочастотными гармониками. Амплитуда колебаний остается неизменной и значительно уступает по величине амплитуде колебаний колонны без прихвата. Колебания центрального и нижнего сечений отсутствуют.

Таким образом еще раз показано, что поперечные колебания колонны происходят с большим периодом. Поэтому при бурении важно соблюдать определенный динамический режим осевого нагружения, т. к. со временем даже небольшая по величине периодическая сжимающая нагрузка, если она имеет большой период, может вызвать значительные поперечные перемещения колонны, приводящие к искривлению скважины или прилипанию колонны к стенке скважины.

Для предотвращения значительных поперечных перемещений колонну нельзя оставлять в сжатом состоянии даже на короткое время, поскольку искривление ее возможно не только с течением времени при действии динамической нагрузки с большим периодом, но и при действии статической нагрузки, вызывающей потерю устойчивости колонны.

Изгиб колонны является результатом потери устойчивости, которая может произойти как при осевом сжатии, так и при закручивании трубы.

Решение задачи устойчивости неоднородной стержневой системы сводится к исследованию обобщенной задачи о собственных значениях.

В качестве примера рассмотрим однородный стержень длиной  $L=1000$  м. Стержень жестко заземлен в основании и имеет плавающую заделку сверху, где к нему приложена сжимающая нагрузка. Значения первых трех критических сжимающих сил, вызвавших потерю устойчивости прямолинейной оси стержня, определенные в ходе решения проблемы собственных значений, получились равными  $P_{1кр} = 0,2$  кН,  $P_{2кр} = 0,55$  кН,  $P_{3кр} = 1,1$  кН. Соответствующие им формы изгиба оси стержня показаны на *рисунке 4а*.

Наименьшему значению  $P_{1кр}$  соответствует форма, представляющая собой распределенную по оси колонны половину синусоиды, значению  $P_{2кр}$  соответствует прогиб, представляющий собой полную синусоиду, и, наконец, значению  $P_{3кр}$  – прогиб с двумя узловыми линиями (полторы синусоиды). Полученные значения близки к значениям, полученным по приближенной формуле Эйлера:

$$P_k = \frac{k^2 \pi^2 EJ}{\mu l^2}$$

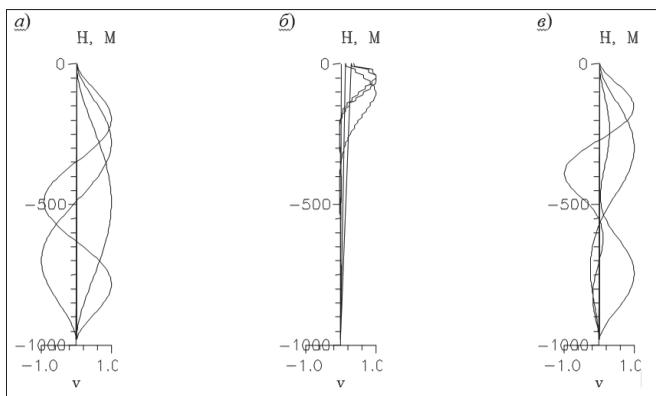
что, при  $\mu=0,5$ ;  $k=1$  дает значение  $P_1 = 0,16$  кН.

Для составной колонны, низ которой представлен трубами большего диаметра, значения критических сил равны  $P_{1кр} = 0,27$  кН,  $P_{2кр} = 0,65$  кН,  $P_{3кр} = 1,2$  кН, соответствующие формы прогиба не отличаются от тех, которые были получены для однородной колонны.

Одной из мер повышения запаса устойчивости системы является повышение ее жесткости. Это подтверждают следующие результаты, полученные для неоднородной колонны с учетом замков, соединяющих звенья колонны и представляющих собой упругие элементы повышенной жесткости. Значения эйлеровых критических сил в этом случае  $P_{1кр} = 4,3$  кН,  $P_{2кр} = 4,4$  кН,  $P_{3кр} = 4,5$  кН, а формы прогиба приобретают вид, как это показано на *рисунке 4б*.

Наличие участка с внешним трением в центральной части приводит к искусственному уменьшению свободной длины колонны, делению ее на две части, в результате чего величины критических сил, вызывающих потерю устойчивости каждой части колонны, увеличиваются и составляют  $P_{1кр} = 0,53$  кН,  $P_{2кр} = 0,84$  кН,  $P_{3кр} = 1,7$  кН. Формы прогиба приведены на *рисунке 4в*. Из *рисунка* видно, что каждая свободная часть колонны прогибается самостоятельно по закону, описанному для однородной колонны, как четное или нечетное число полупериодов синусоиды.

Сравнивая полученные значения для первой эйлеровой критической силы и сопоставляя ее с предельно допустимой для данного типа трубы (2,2 кН), можно сделать вывод о том, что потеря устойчивости однородной колонны может произойти



**Рисунок 4 – Формы прогибов при действии на колонну сжимающей нагрузки: однородная колонна (а); колонна с жесткими замками (б); колонна со 10-метровым прихватом на глубине 500–600м (в)**

при нагрузке меньше допустимой, т. к.  $P_{кр} = 0,2$  кН значительно, почти на порядок, меньше допустимой.

Повышенный запас устойчивости имеет система с замками, выполняющими роль ребер жесткости. Для такой колонны критические эйлеровы силы вдвое превосходят допустимые нагрузки.

Участок с внешним трением выполняет роль промежуточных опор, что приводит к уменьшению т. н. коэффициента приведения длины и увеличению критической силы, вызывающей потерю устойчивости колонны.

Анализируя представленные результаты, можно сделать вывод, что прогиб оси наиболее ярко проявляется в тонких трубах, не подкрепленных ребрами жесткости. Поэтому при проектировании замков, соединяющих части подобных конструкций необходимо стремиться к обеспечению их достаточной жесткости, обеспечивающей устойчивость всей конструкции в целом на действие сжимающей нагрузки.

А теперь рассмотрим нелинейные колебания бурильных колонн с учетом конечной деформации изогнутой оси.

Нестационарные колебания нелинейных распределенных систем являются весьма сложной проблемой механики деформируемого твердого тела и теории колебаний упругих систем, в частности, элементов бурильной компоновки, где требуется обеспечить прочность конструкций компоновки при возрастающей мощности и скорости бурильных агрегатов и механизмов. В такой постановке задачи БК должна представлять собой конструкцию последовательно соединенных растянуто-сжатых систем трубчатых стержней, связывающих долото с наземным оборудованием и находящиеся в состоянии вращения и поступательного движения. Комплексное решение задач по обеспечению надежности и прочности элементов БК в этих случаях связано с дальнейшим развитием представления ее в качестве основного звена БДС [8, 28]. В процессе эксплуатации БК испытывает различные по характеру и величине нагрузки, которые приводят к сложному деформированному состоянию труб колонны. При этом в БК могут возникать большие осевые и изгибные деформации. В связи с этим изучим продольно изгибные колебания колонны с

учетом геометрически нелинейности изогнутой оси в процессе ее деформирования. Колонну представим в виде длинного стержня (балк), совершающего продольные и поперечные колебания. Установим начало координат в верхнем сечении колонны и направим ось  $Ox$  вертикально вниз.

Потенциальную и кинетическую энергии геометрически нелинейного стержня представим в виде [33]:

$$U = \frac{EF l}{2} \int_0^1 \left( \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 (1 - a_3 \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2) \right) d\xi \quad (5)$$

$$T = \rho F l^2 \int_0^1 \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 d\xi + \sum_{i=1}^N m_i \left( \frac{\partial u(t, \xi_i)}{\partial t} \right)^2, \quad (6)$$

где  $\xi = x/l$ ,  $u(\xi, t)$  – продольное смещение стержня,  $E, \rho$  – модуль Юнга и плотность материала стержня,  $F$  и  $l$  – площадь сечения и длина стержня.

Рассмотрим продольно-изгибные колебания стержня при выполнении следующих граничных условий

$$EF \frac{\partial u}{\partial \xi} = -P_0(t), \text{ при } \xi = 0, u = u_0 \quad (7)$$

$$v=0, \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} = 0 \text{ при } \xi = 0, \xi = 1 \quad (8)$$

где  $P_0(t)$  – осевая сжимающая сила, действующая на стержень,  $u_0(t)$  – закон продольного смещения сечения стержня  $\xi = l$ .

Точное решение уравнения продольно-изгибных колебаний балки при выполнении граничных условий (7) и (8) отсутствует. Используем вариационный принцип для приближенного решения задачи колебаний геометрически нелинейной балки.

Продольные смещения и прогиб балки, удовлетворяющие условиям (7) и (8), представим в виде:

$$u = -\varepsilon(t)(\xi - 1) + u_0(t)\xi^2 + u_1 \cos \frac{\pi \xi}{2}, \quad (9)$$

$$v = q(t) \sin^2 \pi \xi, \quad (10)$$

где  $\varepsilon(t), P_0 / EF, u_1 = u_n - \varepsilon, u_n$  – продольное перемещение стержня в сечении  $\xi = 0$ .

Подставляя (9) и (10) в формулы (5) и (6), находим выражения для потенциальной  $U = U(u, q)$  и кинетической  $T = T(u, q, \dot{u}, \dot{q})$  энергий.

Принимая  $u_1$  и  $q$  обобщенными координатами, составим уравнение Лагранжа II рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial u_1} = - \frac{\partial U}{\partial u_1}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial q} \right) = - \frac{\partial U}{\partial q},$$

которые дают при ( $a = \sqrt{E} / \rho$ )

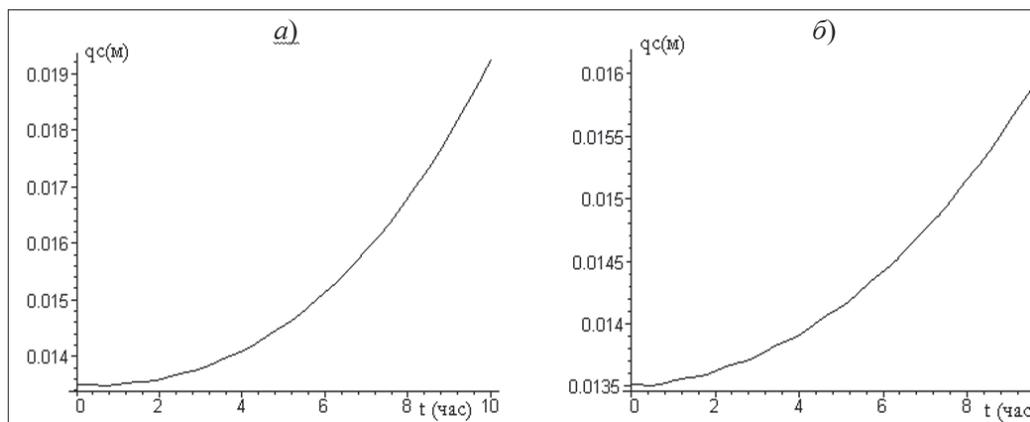
$$\ddot{u}_1 = - \frac{4(8 - \pi^2)}{\pi^3} \ddot{u}_0 - \frac{8}{\pi^2} \ddot{\varepsilon}_0 - \frac{a^2}{2l^2} \left( \frac{\pi^2}{4} u_1 - \frac{8}{\pi} u_0 + 2\varepsilon_0 - \frac{32}{63} q^2 \pi^2 \right)$$

Полагая что,  $u_0(0) = \varepsilon_0(0) = \varepsilon_0$ ,  $q(0) = q_0$  найдем выражение для ускорения срединной точки изогнутой оси стержня в начальный момент времени

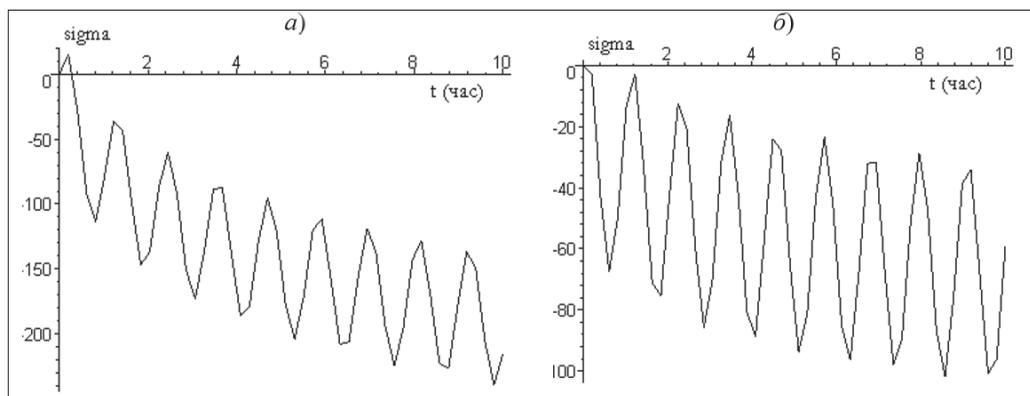
$$\ddot{q} = -\frac{8\pi^2 a^2 J q}{3l^4 \rho F} + \frac{2a^2}{3l^2} \left[ q u_0 \pi^2 - \frac{64}{63} q u_1 \pi^2 - q \varepsilon_0 \pi^2 + \frac{3}{4} \pi^4 q^3 \right] \quad (11)$$

где  $\varepsilon_k = \frac{4\pi^2 J}{l^2 F}$  – деформация изогнутой оси линейно деформируемого стержня, соответствующая критической нагрузке при статическом равновесии. В дальнейшем полагаем  $q(0) = 0$ . Из формулы (11) заметим, что знак ускорения сечения зависит от значения его начального прогиба  $q_0$  и деформации  $\varepsilon_0$ . Если  $\varepsilon_0 < \varepsilon_k$ , то  $\ddot{y}(0) > 0$  при любых значениях  $q_0$ . Если  $\varepsilon_{00} < \varepsilon_k$ , то  $\ddot{y}(0) > 0$  при  $q_0 < q_k = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_{00} - \varepsilon_k}$ , тогда происходит рост прогиба в начальных моментах времени, Поскольку  $\ddot{y}(0) > 0$  при  $q_0 > q_k$ , то в этом случае прогиб сечения будет уменьшаться.

Представленные на *рисунках 5 и 6* изменения прогиба срединной точки стержня  $q$  и осевого напряжения в сечении  $x = l$  от времени  $t$  ( $\div \dot{a} \dot{n}$ ) характеризуют случай движения нижнего конца стержня по закону [34]:  $\ddot{u}_0 = \ln(v_0 * k * t + 1) / k$ ,



**Рисунок 5 – Зависимости прогиба стержня (балки)  $q$  (м) от времени  $t$  (час) для двух значений параметра  $k$ :  $a - k = 2m^{-1}$ ,  $a - k = 8m^{-1}$**



**Рисунок 6 – Зависимости осевого напряжения  $\sigma = \sigma$  (МПа) стержня (балки) от времени  $t$  (час) в для двух значений параметра  $k$ :  $a - k = 2m^{-1}$ ,  $a - k = 8m^{-1}$**

где параметр  $k$  характеризует степень потери скорости долота в процессе бурения. В расчетах принято:  $d_1 = 0.147\text{м}$ ,  $d_2 = 0.127\text{м}$ , ( $d_1$  и  $d_2$  – внешний и внутренний диаметры колонны),  $l = 1000i$ ,  $\varepsilon_0 = \text{const} = \varepsilon_{00} = 1.86 \cdot 10^{-7}$ .

Из анализа результатов видно, что с ростом параметра  $k$  осевое напряжение в нижнем сечении стрежня уменьшается, что приводит к снижению прогиба се­рединной точки изогнутой оси балки. При этом установлено, что прогиб балки в промежутке времени  $0 < t < 4$  практически остается постоянным и его интенсивный рост происходит при  $t > 4$ . 

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Саркисов Г.М. Расчеты бурильных и обсадных колонн. – М.: Недра, 1971. – 205 с.
- 2 Сароян А.Е. Проектирование бурильных колонн. – М.: Недра, 1971. – 181 с.
- 3 Эпштейн Е.Ф. Расчет бурильных труб в геологоразведочном бурении. – М.: Недра, 1979. – 160 с.
- 4 Песляк Ю.А. Расчет напряжений в колоннах труб нефтяных скважин. – М.: Недра, 1973. – 216 с.
- 5 Вудс Г., Лубинский А. Искривление скважин при бурении. – М.: Гостоптехиздат, 1960. – 161 с.
- 6 Симонов В.В., Юнин Е.К. Влияние колебательных процессов на работу бурильного инструмента. – М.: Недра, 1977. – 347 с.
- 7 Никитин Ю.Ю., Васильев Ю.С., Лужников А.В. Оценка влияния волновых процессов в бурильной колонне на показатели бурения // Бурение газовых и газоконденсатных скважин. – 1974. – Вып. 2. – С. 14-17.
- 8 Голубев Г.Р., Новиков Л.А. Трение, износ и защита бурильных колонн в глубоких скважинах. – М.: Недра, 1981. – 158 с.
9. Александров М.М. Об учете упругости труб в пределах сжатой части бурильной колонны // Известия вузов. – Серия Нефть и газ, – 1967. – № 5. – С. 35-40.
- 10 Барский И.Л. О разветвлении стационарных форм равновесия колонн труб в вертикальных скважинах // Труды ВНИИБТ. – 1983 – Вып. 58. – С. 126-137.
- 11 Barskii I.L., Gusman A.M., Povalikhin A.S. Development of a Method for Drilling of Straight Section of Various Type Wellbores // Proceeding ETCE/OMAE 2000 Joint Conference. – New Orleans, Louisiana, USA February. – PP. 14–17. 2000.
- 12 Барский И.Л., Бредихина Т.В., Генкина И.Н., Чайковская М.А., Шурова Н.Е. Математическое обеспечение для расчета статического изгиба и поперечных колебаний колонн труб в скважинах. // Труды ВНИИБТ. – 1985.– Вып. 60. – С. 38-43.
- 13 Барский И.Л., Бредихина Т.В., Генкина И.Н. Расчет колонн труб в скважинах с промежуточными опорами // Труды ВНИИБТ: 1985, вып.61, С.: 118–124.
- 14 Выбор способов и технических средств для предотвращения искривления скважин на основе данных опытного бурения А.В. Орлов, И.Л. Барский, А.С. Копылов и др. // ВНИИОЭНГ. Обзор, информация. Серия: Бурение. – 1981. – Вып. 2 – 40 с.
- 15 Инструкция по расчету бурильных колонн. – Изд-во ВНИИРЭНТ. – Куйбышев: 1986. – 130 с.
- 16 Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
- 17 Образцов И.Ф., Савельев Л.М, Хазанов Х.С. МКЭ в задачах строительной механики и летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1985. – 392 с.

- 18 Тимошенко С.П. Теория колебания в инженерном деле. – М.: Гостехиздат, 1931. – 344 с.
- 19 Каудерер Г. Нелинейная механика. – М.: Изд. иностр. лит., 1960. – 832 с.
- 20 Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1991. – 256 с.
- 21 Ганиев Р.Ф., Каноненко В.О. О колебаниях твердых тел. – М.: Наука, 1976. – 416 с.
- 22 Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, 1965. – 540 с.
- 23 Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1964.
- 24 Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. – М.: Мир, 1968. – 204 с.
- 25 Динник А.Н. Избранные труды. – Том III. – Киев: Изд-во АН УССР, 1958. – 308 с.
- 26 Векерик В.М., Мойсишин В.М. Определение динамической составляющей осевой нагрузки на долото по данным колебаний верхней части бурильной колонны // Изв. вузов. Серия Нефть и газ. – 1986. – № 4. – С. 22–26.
- 27 Ахметов Н.М. К методике расчета прочности главного вала тормозной системы в положении спуска крюка буровой лебедки // Вестник НАН РК. – 2007. – № 6 – С. 62–65.
- 28 Мардонов Б.М., Марданова Л.О. О вынужденных колебаниях звеньев бурильной динамической системы // Поиск-Ізденіс. Серия естественно-технических наук. – Алматы: 2001. – № 1. – С. 217–220.
- 29 Ахметов Н.М., Медетов Ш.М. К методике исследования звуковых возмущений производимых долотом бурового инструмента // Ізденіс-Поиск: Серия естествен. и техн. наук. – 2008. – № 3. – С. 266–271.
30. Ахметов Н.М. Моделирование изгибных колебаний бурильных колонн с учетом упругого взаимодействия горной породы и долота // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – 2009. – № 6. – С. 3–5.
- 31 Ахметов С.М., Ахметов Н.М. Проблемы обеспечения надежности и работоспособности буровой техники и перспективные пути их совершенствования / Доклады Пярых международных научных Надировских чтений «Научно–технологическое развитие нефтегазового комплекса». – Алматы-Актобе: 2007. – С. 30–37.
- 32 Мардонов Б.М., Бараев А.Б., Ахметов Н.М. Динамическая модель бурильной колонны, несущей на концах сосредоточенные массы // Труды V Казахстанско-Российской междуна. научн.-практ. конференции «Математическое моделирование научно-технологических и экологических проблем в нефтегазодобывающей промышленности». – Атырау. – 2005. – Часть II. – с. 63–68.
- 33 Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – М.-Л.: ОГИЗ, 1948. – 211 с.
- 34 Юнин Е.К. О проблемах использования математических моделей заглубления забоя // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и море. – 2004. № 3. – С. 12–17.