

УДК 504.3.054; <https://doi.org/10.37878/2708-0080/2024-4.09>

<https://orcid.org/0009-0000-8056-1673>

<https://orcid.org/0000-0003-2979-1056>

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ГЕЛЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДЛЯ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА



А.М. ДУЙСАЛИЕВ,
докторант школы энергетики
и нефтегазовой индустрии
факультета нефтяной
инженерии КБТУ,
A.Duisaliyev@cis.kz



К.Н. ИБРАШЕВ,
кандидат технических наук,
ведущий научный сотрудник,
rectorkbtu@kbtu.kz

КАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
050000, Республика Казахстан. Алматы, Медеуский район, ул. Толе би, 59

Целью данной работы является сравнение эффективности гелеобразователей ГРП. В статье рассмотрена актуальность применения альтернативных гелеобразующих агентов, используемых для приготовления технологических жидкостей ГРП. Помимо очевидных задач, таких как повышение остаточной проводимости созданных в процессе стимуляции трещин, затрагиваются вопросы влияния альтернативных гелеобразующих агентов на процесс обработки. Автор работы пришел к подтвержденному полевыми данными выводу, что при прочих равных условиях замена традиционных технологических жидкостей на альтернативные приводит к существенному снижению потерь давления на трение в трубах, что приобретает особую важность, если обрабатываются глубокие и протяженные горизонтальные скважины при ограниченном внутреннем сечении труб. Кроме того, указанное выше влияние гелеобразователей на потери давления на трение позволяет получить запас по мощности оборудования флота гидроразрыва, в следствие чего обработка может выполняться, например, с более высокими расходами при прочих равных условиях, без привлечения дополнительных насосов высокого давления или спуска в скважину более дорогостоящих прочных насосно-компрессорных труб большего сечения. Другой важный вывод, к которому пришел автор, заключается в том, что благодаря специфическим свойствам альтернативных технологических жидкостей, их способность к переносу и удержанию расклинивающего агента значительно повышается. Это свойство технологических жидкостей особо важно при обработке низкопроницаемых расчлененных пластов и при стимуляции длинных горизонтальных скважин.

С другой стороны, использование альтернативных гелеобразующих агентов повышает требования к управляемому разрушению технологических жидкостей, что осложняет задачу подбора рациональной рецептуры, требует дополнительных исследований.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гидравлический разрыв пласта (ГРП), гелеобразующие агенты, гуаровая камедь, ксантановая камедь, эффективная длина трещины, проводимость трещины, потери давления на трение, потребление топлива, экономическая выгода, физико-химические свойства.

ҚАБАТТЫ ГИДРОЖАРУ ҮШІН БАЛАМА ГЕЛЬ ТҮЗГІШТЕРДІ ҚОЛДАНУ ПЕРСПЕКТИВАЛАРЫ

А.М. ДУЙСАЛИЕВ, докторант, A.Duisaliyev@cis.kz

К.Н. ИБРАШЕВ, техника ғылымдарының кандидаты, ҚБТУ-дың жетекші ғылыми қызметкері, rectorkbtu@kbtu.kz

ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

050000, Қазақстан Республикасы, Алматы қ., Медеу ауданы, Төле би көшесі, 59

Мақалада ГРП технологиялық сұйықтықтарын дайындауда қолданылатын баламалы гель түзуші агенттерді қолданудың өзектілігі қарастырылған. Симуляция процесінде пайда болған жарықтардың қалдық өткізгіштігін арттыру сияқты айқын міндеттерден басқа, баламалы гель түзуші агенттердің өңдеу процесіне әсері мәселелері де қозғалады. Автор далалық деректермен расталған қорытындыға келді: барлық басқа жағдайлар тең болғанда, дәстүрлі технологиялық сұйықтықтарды баламалы сұйықтықтарға ауыстыру құбырларда үйкеліс қысымының жоғалуын айтарлықтай азайтады, бұл әсіресе терең және ұзын горизонтальды ұңғымалар ішкі диаметрі шектеулі құбырлармен өңделгенде маңызды. Сонымен қатар, гель түзуші агенттердің үйкеліс қысымының жоғалуына әсері гидравликалық жарып жару флотының жабдықтарының қуат қорын алуға мүмкіндік береді, нәтижесінде өңдеу, мысалы, қосымша жоғары қысымды сорғыларды тартпай-ақ немесе ұңғымаға қымбатырақ, үлкен диаметрлі, берік сорғы-компрессорлық құбырларды түсірмей-ақ, барлық басқа жағдайлар тең болғанда жоғары шығындармен орындалуы мүмкін. Автор келесі маңызды қорытындыға келді: баламалы технологиялық сұйықтықтардың ерекше қасиеттеріне байланысты, олардың пропанды тасымалдау және ұстап тұру қабілеті айтарлықтай артады. Технологиялық сұйықтықтардың бұл қасиеті төмен өткізгішті, бөлшектенген қабаттарды өңдеу кезінде және ұзын горизонтальды ұңғымаларды ынталандыру кезінде әсіресе маңызды.

Екінші жағынан, баламалы гель түзуші агенттерді қолдану технологиялық сұйықтықтардың басқарылатын бұзылуына қойылатын талаптарды арттырады, бұл ұтымды рецептураны таңдауды қиындатады және қосымша зерттеулерді талап етеді.

ТҮЙІН СӨЗДЕР: гидравликалық сыну (ГРП), гель түзетін агенттер, гуар сағызы, ксантан сағызы, жарықшақтың тиімді ұзындығы, жарықшақтың өткізгіштігі, үйкеліс қысымының жоғалуы, отын шығыны, экономикалық пайда, физика-химиялық қасиеттері.

THE PROSPECTS FOR THE USE OF ALTERNATIVE GEL FORMERS FOR HYDRAULIC FRACTURING

A. DUISALIYEV, Doctoral candidate, A.Duisaliyev@cis.kz

K. IBRASHEV, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher at KBTU, rector@kbtu.kz

KAZAKH-BRITISH TECHNICAL UNIVERSITY
050000, Republic of Kazakhstan. Almaty, Medeu District, Tole Bi St., 59

The article discusses the relevance of using alternative gel-forming agents in the preparation of fracturing fluids for hydraulic fracturing (HF). Besides the obvious tasks, such as increasing the residual conductivity of the fractures created during stimulation, it also addresses the impact of alternative gel-forming agents on the treatment process. The author, supported by field data, concludes that under otherwise equal conditions, replacing traditional fracturing fluids with alternative ones significantly reduces frictional pressure losses in the pipes, which is particularly important when treating deep and extensive horizontal wells with limited internal pipe diameters. Moreover, the aforementioned impact of gel-forming agents on frictional pressure losses allows for a reserve of power in the hydraulic fracturing fleet equipment. Consequently, the treatment can be performed with higher flow rates under otherwise equal conditions, without the need for additional high-pressure pumps or the deployment of more expensive, stronger, larger-diameter tubing. Another important conclusion reached by the author is that due to the specific properties of alternative fracturing fluids, their ability to transport and retain proppant is significantly increased. This property of fracturing fluids is especially important when treating low-permeability, fractured formations and during the stimulation of long horizontal wells.

On the other hand, the use of alternative gel-forming agents raises the requirements for the controlled breakdown of fracturing fluids, complicating the task of selecting a rational formulation and necessitating additional research.

KEYWORDS: Hydraulic fracturing (HF), gelling agents, guar gum, xanthan gum, effective fracture length, fracture conductivity, friction pressure losses, fuel consumption, economic viability, physicochemical properties.

Введение. В последние годы во многих странах, активно добывающих углеводородное сырье, в разработку вовлекается все больше пластов, эффективная добыча из которых предполагает выполнение тех или иных мероприятий по интенсификации. Одним из самых распространенных методов воздействия на пласт является гидравлический разрыв. Особое значение ГРП приобретает для нетрадиционных углеводородных систем, к которым, в частности, относятся сланцевые формации Северной Америки и баженовская свита в Российской Федерации. Добыча углеводородов, особенно жидких, из подобных пластов практически невозможна без ГРП – для них ГРП из стимулирующего воздействия превратился в способ разработки. Важную роль гидроразрыв играет и при разработке пластов, запасы которых характеризуются как трудноизвлекаемые. Добыча из таких пластов в принципе возможна и без воздействия, однако извлечение углеводородов без стимуляции потребует очень значительного времени, что, скорее всего, не позволит достичь поставленных экономических целей. По мере ухудшения геолого-механических свойств пласта, возрастают требования к «эксплуатационным» характеристикам техногенных трещин. К основным таким характеристикам можно отнести эффективную длину трещины, ее проводимость и временную деградацию. Ключе-

вое влияние на параметры трещин ГРП оказывают физико-химические свойства расклинивающих агентов и жидкостей-носителей, первичная, непосредственно после завершения ГРП, очистка трещин от естественных остатков гелеобразующих агентов. Настоящая работа посвящена анализу влияния свойств гелеобразующих агентов на эффективность ГРП при прочих равных условиях. Под эффективность в этой статье понимается соотношение между полученным результатом и затраченными на достижение этого результатами ресурсами.

Материалы и методы исследования. В качестве источника данных использованы литературные источники, посвященные стимуляции нефтегазовых пластов, рассматривающие технологические аспекты воздействия на пласт и влияния параметров стимуляции на эффективность гидравлического разрыва пласта. В частности, использованы научно-технические отчеты, подготовленные в ряде вертикально-интегрированных нефтегазовых компаниях, которые ранее провели опытно-промышленные и исследовательские работы по рассматриваемой в статье тематике, являющиеся теоретической базой исследования.

В работе применялись теоретические методы исследования, такие как анализ, позволяющий раскрыть теоретические основания; синтезирована математическая модель, позволившая раскрыть основные проблемы и охватить исследованием области, ранее не исследованные экспериментально; дополнений и обобщений для формулировки выводов. В совокупности использованные методы позволили выполнить непротиворечивое комплексное исследование изучаемой задачи, также применялись экспериментальные методы исследования, планирование, исполнение и анализ результатов экспериментов.

Результат и обсуждение. Кроме влияния технологических жидкостей на геометрические характеристики формируемых трещин и способность этих жидкостей переносить твердые частицы расклинивающих агентов, гели, созданные на основе разнотипных гелеобразующих агентов, обуславливают в значительной мере технологические параметры обработки, которое, в первую очередь, выражается в потерях давления на трение в трубах. Как известно [1], потери давления на трение в трубах (ламинарный режим течения) пропорционален (наиболее распространенный эмпирический степенной реологический закон для псевдопластиков) пропорционален коэффициенту консистенции, зависимость от показателя неньютоновского поведения более сложная. На *рисунке 1* представлена в графическом виде зависимость потерь давления на трение от коэффициента неньютоновского поведения при условии, что объемный расход жидкости и радиус круглых труб постоянные.

Из графика видно, что при радиусе трубы много меньше единицы, зависимость потерь давления на трение носит резко нелинейный характер в отличие от коэффициента консистенции, который влияет линейно. На *рисунке 2* приведена зависимость потерь давления на трение в зависимости от коэффициента неньютоновского поведения при постоянной кажущейся вязкости и скорости деформации сдвига.

Из расчета следует, что после того, как коэффициент неньютоновского поведения достиг значений $n \approx 0.2$ потери давления на трение в трубах круглого сечения максимальными при прочих равных условиях. Из этого следует, что с точки зрения потерь давления, выгоднее, чтобы, при прочих равных условиях, коэффициент не-

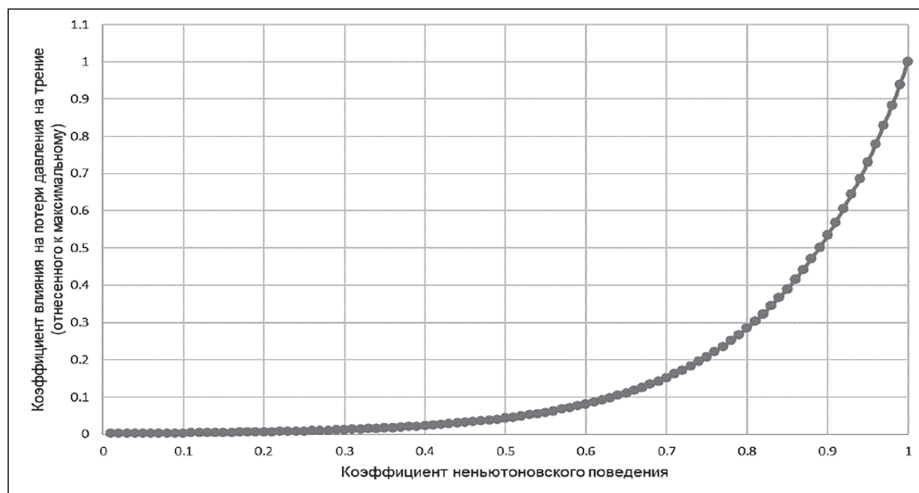


Рисунок 1 – Зависимость потерь давления на трение от коэффициента ньютоновского поведения жидкости

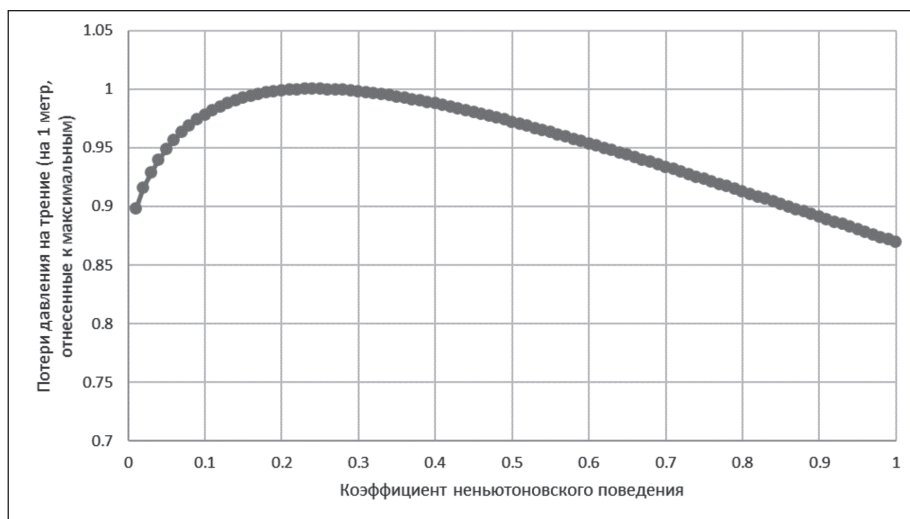


Рисунок 2 – Зависимость потерь давления на трение от коэффициента ньютоновского поведения

ньютоновского поведения технологической жидкости был наибольшим. Из данных многочисленных лабораторных исследований реологии жидкостей следует, что, как правило, коэффициенты ньютоновского поведения технологических жидкостей более 0,4.

Многочисленные исследования, в том числе выполненные крупными производителями химических элементов для ГРП и крупными вертикально-интегрированными нефтегазовыми Компаниями, показали, что гелям, приготовленным из агентов на основе ксантановой камеди, свойствен предел текучести, то есть гели подчиняются не степенному реологическому закону, а более точно описывается моделью Гершеля-Балкли. В таком случае, если коэффициенты ньютоновского поведения

при прочих равных условиях отличаются не слишком сильно при изменении гелеобразующего агента, что подтверждается результатами лабораторных исследований, зависимость коэффициента консистенции для гелей на основе ксантановой камеди от коэффициента консистенции геля на основе гуаровой камеди примет вид, приведенный на *рисунке 3*.

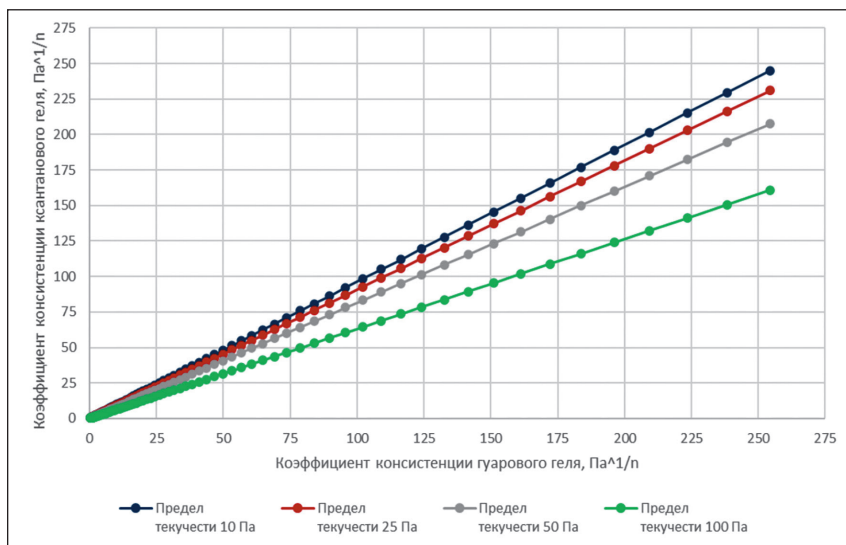


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента консистенции геля на основе ксантана от к. консистенции геля на основе гуара

Скорость деформации сдвига в трубах довольно высокая, порядка 680 с^{-1} , значит при течении геля в трубах влиянием постоянной можно пренебречь, значит потери давления на трение гелей на основе ксантановой камеди по сравнению с гуаровыми должно быть меньше на [4;37] %. Согласно данным МГРП, выполненных на горизонтальных скважинах, потери давления на трение при прочих равных при использовании ксантановой камеди составили на скважине А 65 %, на скважине В – 87 % от значений, полученных на опорных скважинах. Примерно такие же значения снижения потерь на трение были получены и на двух других экспериментальных скважинах по сравнению с опорными [2]. Как известно [3], гидравлическая мощность НВД пропорциональна расходу жидкости и устьевому давлению, которое, в свою очередь, зависит от потерь давления на трение. Устьевое давление, при прочих равных условиях, зависит от потерь давления на трение [4]. Совершаемая работа по разрушению пласта и закачке жидкости есть энергия, которая выделилась при сгорании топлива (с учетом КПД системы), значит, если эффективные давления принять равными, потребление топлива будет тем меньше, чем ниже потери давления на трение. На *рисунке 4* приведен график расхода топлива на обработку технологическими жидкостями на основе ксантана относительно обработки на гуаровых гелях от длины скважины.

Из расчета видно, что снижение потребления топлива в случае замены одного типа технологической жидкости на другой составляет [2,6;29,7] % при иных равных условиях.

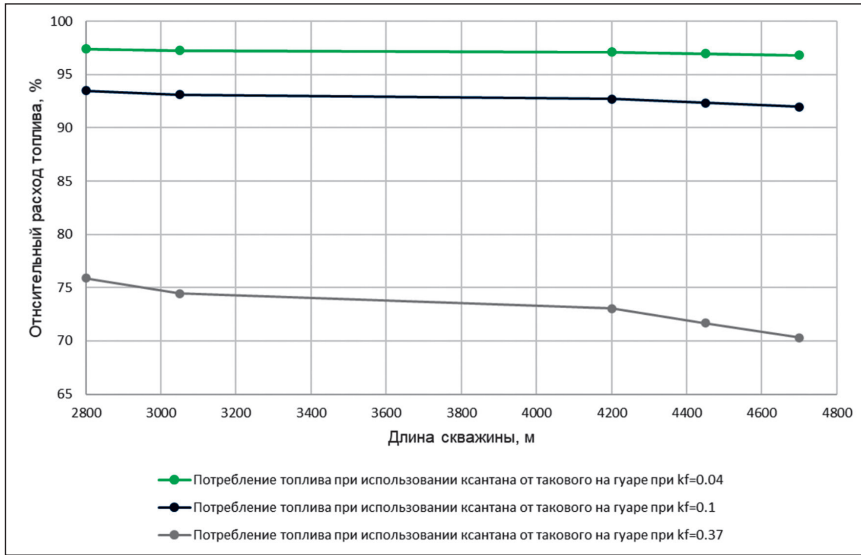


Рисунок 4 – Относительное потребление топлива

Для того, чтобы ГРП, выполненный на жидкостях, в которых в качестве гелеобразующего агента (ГОА) использовалась ксантановая камедь, оказался дешевле с учетом расхода топлива, требуется, чтобы жидкость на основе ксантановой камеди стоила в ограниченное число раз дороже гуаровых. На рисунке 5 показан график зависимости максимального отношения стоимости технологических жидкостей, приготовленных при использовании различных ГОА, от стоимости топлива.

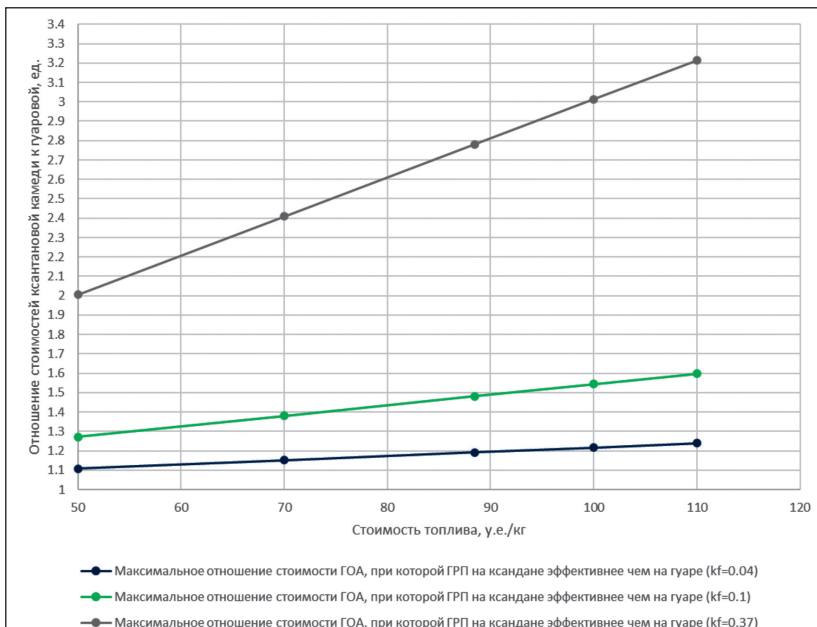


Рисунок 5 – Зависимость максимального отношения стоимостей тех. жидкостей от стоимости топлива

Из расчета следует, что даже при относительно невысоком снижении потерь на трение, ГРП при использовании ксантановой камеди может оказаться экономически оправданным.

Когда разрабатываются геологически осложненные пласты, к которым можно отнести резервуары с ухудшенными фильтрационно-емкостными свойствами, контактирующие с водонасыщенными залежами, то требования к геометрическим характеристикам трещин (как к эффективным, так и гидравлическим) становятся более строгими. Естественно предположить, что основными характеристиками трещины должна быть эффективная площадь контакта трещины с целевым пластом, которая зависит от проводящей длины трещины, ограниченная минимальной ее проводимостью, эффективной высотой пласта и отношением эффективной высоты пласта к суммарной высоте. Поскольку эффективные толщины размещены произвольно в пласте, то закрепленная трещина должна вскрывать пласт по высоте полностью, причем, из-за того, что трещина не обязательно должна быть прямоугольной, то, для того, чтобы средняя закрепленная высота трещины стремилась к высоте пласта, необходимо, чтобы гидравлическая трещина в зоне ПЗП выходила за его границы. При этом следует учитывать, что распространение трещины в нецелевые пласты может быть нежелательным из-за возможного подключения водоносных горизонтов или пластов, насыщенных нежелательным флюидом. Могут стимулироваться пласты, в которых эффективные слои сконцентрированы в верхней части пласта, что если время закрытия трещины велико, может привести к потере контакта со скважиной пропластков, насыщенных целевым флюидом, что вынуждает разрабатывать мероприятия, направленные на ограничение скорости осаждения зерен расклинивающих агентов. Геометрические характеристики трещины должны исключить ограничения тока пластового флюида по трещине к скважине. Как показано в ряде работ, например, [3], [4], [5] ширина трещины зависит от реологических свойств технологических жидкостей. На *рисунке 6* показан график зависимости отношения гидравлических ширин трещин при использовании различных ГОА от предела текучести при прочих равных условиях.

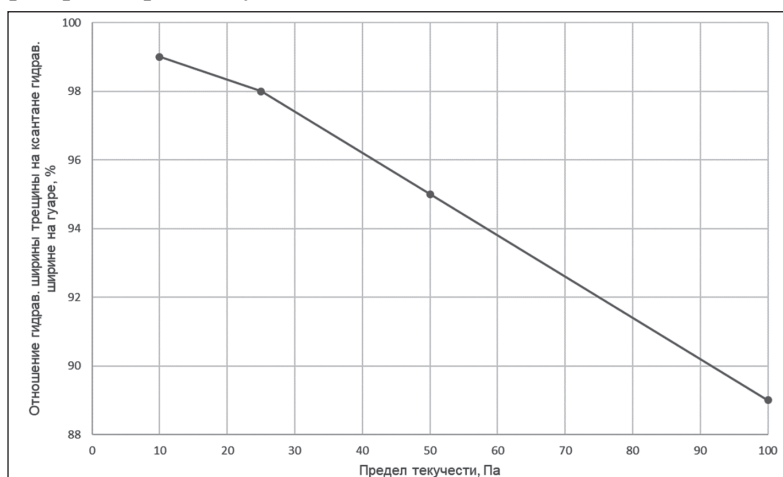


Рисунок 6 – Зависимость ширины трещин при замене ГОА от предела текучести

Из результатов расчета следует, что замена ГОА крайне незначительно влияет на гидравлическую ширину трещины и не может стать причиной каких-либо осложнений. Другой важной областью влияния технологических жидкостей является степень загрязнения, удерживающей трещину от пачки расклинивающих агентов, особенно – если применяются расклинивающие агенты мелких фракций. Как показано [6], остаточная проницаемость пачки зависит от концентрации ГОА, физических свойств, в том числе прочности, расклинивающих агентов и физических свойств ГОА, включая размеры молекул, осадки, плотность. В работе [7] приведены основные характеристики гуаровых систем в зависимости от температуры и времени экспозиции. Показано, что средний размер частиц гуара стремится к 100 мкм. В труде [8] приведены данные, что молекулы ксантана представляют собой структуры длиной около 40-60 мкм и диаметром около 200 нм. На *рисунке 7* показана зависимость остаточной проводимости от размеров частиц ГОА [6].

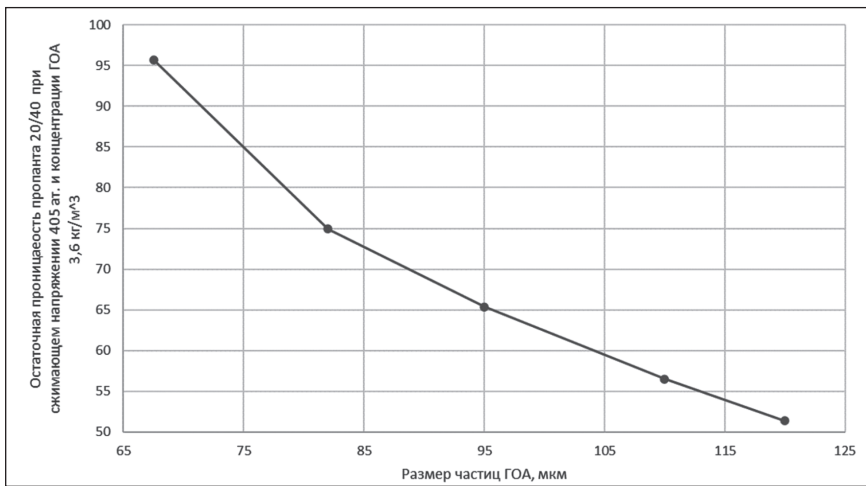


Рисунок 7 – Зависимость остаточной проницаемости пропантной пачки от размера частиц ГОА

Из данных графиков, изображенных на *рисунках 6 и 7*, следует, что остаточная проводимость закрепляющей пачки после стимуляции с использованием гелей на основе ксантановой камеди примерно в 1,5 раза выше по сравнению с гуаровыми. Последнее обстоятельство позволяет говорить о создании более эффективных трещин, поскольку улучшается соотношение между шириной и длиной трещины.

Зерна расклинивающих агентов под действием гравитационных сил в процессе ГРП и после его завершения стремятся занять положение вблизи нижней границы трещины. На *рисунке 8* приведен график отношения скоростей оседания твердых сферических частиц в гуаровом геле к ксантановому, предполагая, что вязкость системы деградирует под воздействием температуры и деструкторов при малых (менее 1 Па) значениях предела текучести. Скорость оседания частиц в геле на основе ксантана значительно ниже, чем в геле на основе гуара. Это обстоятельство приводит к тому, что трещины ГРП закрепляются более эффективно, позволяя создавать зоны контакта с большей долей эффективных толщин без прорыва трещин в нецелевые пласты. Кроме того, обработку можно выполнять гелем с меньшей кажущейся вяз-

костью при средних и высоких скоростях сдвига, что приведет к существенному снижению рисков прорыва барьеров и увеличению эффективной длины трещин, при этом безразмерная проводимость не окажется ниже оптимального значения из-за высокого коэффициента остаточной проводимости пропантной пачки.

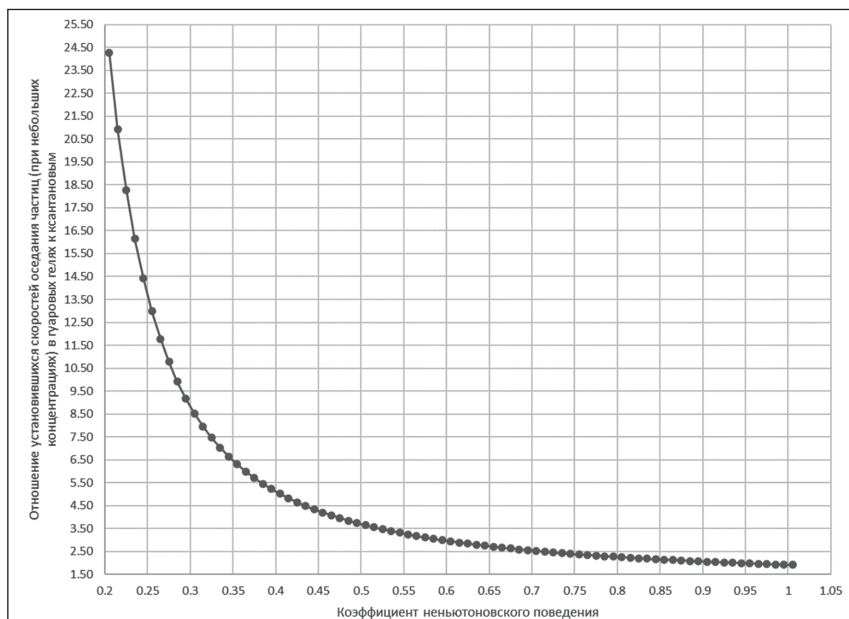


Рисунок 8 – Отношение скоростей оседания зерен расклинивающего агента

Закключение и выводы. Наиболее перспективными для обработки гелями на основе ксантановой камеди являются длинные горизонтальные скважины. В этом случае может быть достигнуто существенное снижение расходов на топливо, особенно, если его цена высока, то снижение себестоимости ГРП может быть очень сильным даже при условии более высокой цены гелеобразующих агентов на основе ксантановой камеди. Другой важный случай – необходимость применять расклинивающие агенты мелких фракций (30/50 и мельче), для которых критически важен уровень остаточной проводимости. Следствием применения в таких случаях гуаровых гелей может стать резкое ограничение эффективной длины трещин. Снижение кажущейся вязкости при высоких скоростях сдвига без увеличения скорости осаждения позволяет увеличить длину трещин без увеличения расходов и необходимой гидравлической мощности оборудования. Гели на основе ксантана дают большой запас при контроле прорыва трещин и улучшают условия закрепления трещин. 📄

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Уилкинсон У.Л. «Неньютоновские жидкости». – М.: Мир, 1964. – 250 с. [Uilkinson U.L. «Nen'yutonovskie zhidkosti». – М.: Mir, 1964. – 250 s.]
- 2 Продан А.С., Авзурагова В.А. «ОПИ жидкостей ГРП на основе ксантановой камеди». – М.: Технологический центр «Бажен», 2020. – 158 с. [Prodan A.S., Avzuragova

- V.A. «OPI zhidkostej GRP na osnove ksantanovoj kamedii. – M.: Tekhnologicheskij centr «Bazhen», 2020. – 158 s.]
- 3 Smith M.B., Montgomery C.T. “Hydraulic Fracturing”// CRP Press.
 - 4 Экономидес М., Олни Р., Валько П. «Унифицированное проектирование гидроразрыва пласта. Установление взаимосвязи между теорией и практикой», перевод Корнилов А., Вафин И. [Economides M., Oligney R., Valko P. “Unified Fracture Design: Bridging the Gap Between Theory and Practice”, translated by Kornilov A., Vafin I.]
 - 5 Ames B.C., Bunger A.P. “Role of turbulent flow in generating short hydraulic fractures with high net pressure in slick water treatments” // University of Pittsburgh. SPE-173373-MS. – 2015.
 - 6 Продан А.С. Техничко-экономическая оптимизация ГРП нетрадиционных углеводородных систем / Материалы конференции «KazDrilling - 2024: Upstream Казахстана». – Атырау, 2024. [Prodan A.S. Tekhniko-ekonomicheskaya optimizaciya GRP netradicionnyh uglevodorodnyh sistem / Materialy konferencii «KazDrilling - 2024: Upstream Kazahstana». – Атырау, 2024.]
 - 7 Wang J., Huang Y., Zhou F., Yao E., Wang R. «Study of Fracturing Fluid on Gel Breaking Performance and Damage to fracture conductivity» // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2020.
 - 8 Stokke B.T. The molecular size and shape of xanthan, xylinan, bronchial mucin, alginate and amylose as revealed by electron microscopy // Carbohydrate Research. – 1987. – № 160. – P. 13-28.
 - 9 Barree R.D. Stress Shadowing and Fracture Interference in GOHFER. – 2015.
 - 10 Raterman K.T., Farrell H.E., Mora O.S., Janssen, A.L., Gomez G.A. Society of Petroleum Engineers. - 1 November 2018.
 - 11 Партон В.З. «Механика разрушения. От теории к Практике. – М.: Наука, 1990. – 158 с. [Parton V.Z. «Mekhanika razrusheniya. Ot teorii k Praktike. – М.: Nauka, 1990. – 158 s.]
 - 12 Дуркин С.М. Математическая модель скважины, дренирующей трещиновато-пористый коллектор. Ухтинский государственный технический университет. 2014. [Durkin S.M. Matematicheskaya model' skvazhiny, dreniruyushchej treshchinovato-poristyj kollektor. Ukhita State Technical University. – 2014.]
 - 13 Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. – М.: Недра, 1993. – 186 с. [Basniev K.S., Kochina I.N., Maksimov V.M. Podzemnaya gidromekhanika. – М.: Nedra, 1993. – 186 s.]
 - 14 Квеско Б.Б. Подземная гидромеханика». – Томск, ТПУ, 2010. – 248 с. [Kvesko B.B. Podzemnaya gidromekhanika». – Tomsk, TPU, 2010. – 248 s.]
 - 15 Zoback M.D. Reservoir Geomechanics. Cambridge University Press, 12th printing. – 2014.
 - 16 Wang J., Huang Y., Zhang Y., Zhou F., Yao E., Wang R. Study of Fracturing Fluid on Gel Breaking Performance and Damage to fracture conductivity // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2020.
 - 17 Bjorn T.S. The molecular size and shape of xanthan, xylinan, bronchial mucin, alginate, and amylose as revealed by electron microscopy” // Elsevier Science Publishers B. V. Amsterdam - Punted in The Netherlands, Carbohydrate Research. – 1987. - 13-28p.
 - 18 Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. – М.: Недра, 1972. – С. 156. [Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Teoriya nestacionarnoj fil'tracii zhidkosti i gaza. – М.: Nedra, 1972. – S. 156.]