

УДК 553.982.23.05; <https://doi.org/10.37878/2708-0080/2024-5.02>

<https://orcid.org/0000-0002-5437-138X>

<https://orcid.org/0009-0009-3225-6805>

<https://orcid.org/0000-0003-3235-0307>

<https://orcid.org/0009-0004-3428-9831>

<https://orcid.org/0000-0003-2563-8396>

АВТОМАТИЗАЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ СКВАЖИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ



А. ЖУМЕКЕШОВ^{1,2},
докторант, ведущий инженер
по разработке нефтегазовых
месторождений,
[aman.zhumekeshov@
idsolutions.kz](mailto:aman.zhumekeshov@idsolutions.kz)



М. КУНЫРБАЕВ^{1,2},
докторант, операционный
директор,
m.kunyrbayev@idsolutions.kz



Д. НАСИПОВ¹,
генеральный директор,
d.nassipov@idsolutions.kz



И. ТУРГАЗИНОВ²,
ассоциированный
профессор,
i.turgazinov@kbtu.kz



Ш. МАМЕТОВ³,
главный геолог,
smametov@gmail.com

¹ТОО «INTELLIGENT DIGITAL SOLUTIONS»

Республика Казахстан, 010000, Астана, район Есиль, ул. Д.Қонаева, 10

²ҚАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Республика Казахстан, 050000, Алматы, Площадь Астана, ул. Толе би, 59

³ТОО «ТАРБАГАТАЙ МУНАЙ»

Республика Казахстан, 070015, Усть-Каменогорск, пр-т К. Сатпаева, 64

Фундаментальный аспект корреляции скважин заключается в идентификации последовательности напластований пород. Эта корреляция служит основой для построения геологической модели, которая точно отражает структуру нефтяных и газовых месторождений. Следовательно, точная оценка запасов, надежный коэффициент извлечения нефти и корректный план разработки месторождения в значительной степени зависят от правильного выполнения этой корреляции. Традиционный подход к корреляции скважин является трудоемким, особенно при работе с увеличивающимся количеством скважин. В данном исследовании мы предлагаем автоматизированную модель, которая воспроизводит процесс классической корреляции скважин с использованием алгоритмов минимального остовного дерева (MST) и динамической временной деформации (DTW). Наша предложенная модель на первом этапе объединяет все скважины по кратчайшему расстоянию с помощью алгоритма MST. Затем скважины в каждой паре коррелируются с использованием алгоритма DTW. Применение нашей модели на скважинах месторождения Каратобе в Казахстане демонстрирует ее надежность. Более того, эта модель может быть легко применена к другим нефтегазовым месторождениям, предлагая высокоэффективную альтернативу традиционным, трудоемким методам корреляции скважин.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: корреляция скважин, машинное обучение.

МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ ӘДІСТЕРІН ҚОЛДАНА ОТЫРЫП, ҰҒЫМАЛАРДЫҢ ДӘСТҮРЛІ КОРРЕЛЯЦИЯСЫН АВТОМАТТАНДЫРУ

А. ЖУМЕКЕШОВ^{1,2}, докторант, мұнай және газ кен орындарын игеру жөніндегі жетекші инженер, aman.zhumekeshov@idsolutions.kz

М. КУНЫРБАЕВ^{1,2}, докторант, бас операциялық директор, m.kunyrbayev@idsolutions.kz

Д. НАСИПОВ¹, бас атқарушы директор, d.nassipov@idsolutions.kz

И. ТУРГАЗИНОВ², қауымдастырылған профессор, i.turgazinov@kbtu.kz

Ш. МАМЕТОВ³, бас геолог, smametov@gmail.com

¹ТОО «INTELLIGENT DIGITAL SOLUTIONS»

Қазақстан Республикасы, 010000, Астана, Есіл ауданы, Д. Қонаев көшесі, 10

²ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Қазақстан Республикасы, 050000, Алматы, Астана алаңы, Толе би көшесі, 59

³ТОО «ТАРБАГАТАЙ МУНАЙ»

Қазақстан Республикасы, 070015, Усть-Каменогорск, К. Сатпаев даңғылы, 64

Ұғымалар корреляциясының негізгі аспектісі тау жыныстарының қабаттарының ретін анықтау болып табылады. Бұл корреляция мұнай және газ кен орындарының құрылымын дәл көрсететін геологиялық модельді құруға негіз болады. Сондықтан қорды дәл бағалау, мұнайды сенімді өндіру және кен орындарын игерудің дұрыс жоспарлары осы корреляцияның дұрыс орындалуына өте тәуелді. Ұғыманың корреляциясының дәстүрлі тәсілі, әсіресе ұғымалардың саны артқан сайын көп уақытты қажет ететін жұмыс болып та-

былады. Бұл зерттеуде біз минималды кеңею ағашы (MST) және динамикалық уақытты теңестіру (DTW) алгоритмдерін пайдаланып дәстүрлі ұңғыма корреляция процесін қайталайтын автоматтандырылған модельді ұсынамыз. Біздің ұсынылған модель бастапқыда MST алгоритмі арқылы ең қысқа қашықтыққа негізделген барлық ұңғымаларды біріктіреді. Әр жұптағы ұңғымалар DTW алгоритмі арқылы корреляцияланады. Қазақстандағы Қаратөбе кен орнының ұңғымаларында біз ұсынған үлгіні енгізу оның сенімділігін көрсетеді. Сонымен қатар, модельді басқа мұнай және газ кен орындарына оңай қолдануға болады, бұл дәстүрлі, көп уақытты қажет ететін ұңғымаларды корреляциялау әдістеріне жоғары тиімді балама ұсынады.

ТҮЙІН СӨЗДЕР: ұңғымалар корреляциясы, машиналық оқыту.

AUTOMATING CONVENTIONAL WELL CORRELATION USING MACHINE LEARNING TECHNIQUES

A. ZHUMEKESHOV^{1,2}, doctoral student, lead reservoir engineer, aman.zhumekeshov@idsolutions.kz

M. KUNYRBAYEV^{1,2}, doctoral student, chief operating officer, m.kunyrbayev@idsolutions.kz

D. NASSIPOV¹, general director, d.nassipov@idsolutions.kz

I. TURGAZINOV², associate professor, i.turgazinov@kbtu.kz

S. MAMETOV³, chief geologist, smametov@gmail.com

¹LLP "INTELLIGENT DIGITAL SOLUTIONS"

Republic of Kazakhstan, 010000, Astana, Esil District, D. Konaev Street, 10

²KAZAKH-BRITISH TECHNICAL UNIVERSITY

Republic of Kazakhstan, 050000, Almaty, Astana Square, Tole Bi Street, 59

³LLP "TARBAGATAY MUNAI"

Republic of Kazakhstan, 070015, Ust-Kamenogorsk, K. Satpaev Avenue, 64

The fundamental aspect of well correlation involves identifying the sequence of rock stratification. This correlation serves as the basis for constructing a geological model that accurately represents the structure of oil and gas deposits. Consequently, the precise estimation of reserves, reliable oil recovery factor, and valid field development plan largely rely on the correct implementation of this correlation. The conventional approach to well correlation is a time-consuming, particularly when dealing with a growing number of wells. In this study, we present an automated model that replicates the conventional well correlation process by employing the Minimum Spanning Tree (MST) and Dynamic Time Warping (DTW) algorithms. Our proposed model initially pairs all wells based on the shortest distance using the MST algorithm. Subsequently, the wells within each pair are correlated using the DTW algorithm. The implementation of our proposed model on the wells of the Karatobe Oilfield in Kazakhstan demonstrates its reliability. Moreover, this model can be readily applied to other oil and gas fields, offering a highly effective alternative to the traditional, time-consuming methods of well correlation.

KEY WORDS: well correlation, machine learning

Введение. Основной метод исследования внутренней структуры недр заключается в корреляции скважин, которая основывается на сравнении различных сечений скважин для идентификации резервуаров, непроницаемых слоев и прослеживания их непрерывности. Процесс начинается с определения региональных и локальных маркеров в сечениях скважин, а также характеристики продук-

тивных слоев. На следующем этапе выбирается эталонная скважина, предпочтительно расположенная в центре структуры, которая имеет комплексное и хорошо различимое сечение, включающее все продуктивные слои. Эта скважина служит эталоном для парной корреляции с соседними скважинами. Корреляция заключается в объединении идентифицированных маркеров в парах скважин и сравнении их соответствующих сечений с акцентом на изменение толщины между маркерами и последовательности слоев. Завершающим этапом корреляции является индексация одних и тех же пластов на основе эталонной скважины.

Традиционно эти шаги выполняются вручную экспертами в области геологии и геофизики. Однако с увеличением числа скважин достижение точной корреляции скважин становится трудоемкой задачей. С развитием машинного обучения было предпринято несколько усилий по автоматизации корреляции скважин. Например, в 2020 году Юнгжун Х. и Чангбеом К. [1] представили простой и ненадзорный подход, использующий передовые методы машинного обучения для автоматической корреляции каротажных данных. Они использовали характеристики самих каротажных данных, если соседние каротажные данные показывали схожие свойства на соседних глубинах.

Важно отметить, что они ввели концепцию временного выравнивания для корреляции каротажных данных, что позволило работать с множеством каротажных данных разной длины. В другом исследовании Сара Б. и её коллеги (2020) [2] обучили модель, способную изучать многомерные представления каротажных кривых, что облегчило оценку сходства между каротажными данными разных скважин. Они использовали однослойный сверточный авто-энкодер на основе PyTorch, включающий 5-слойный метод кодирования с однослойными сверточными слоями с активацией ReLU и функциями Max Pooling, за которым следовал 5-слойный метод декодирования, состоящий из однослойных транспонированных сверточных слоев с функциями активации ReLU.

Найхао Л. и другие (2022) [3] предложили модель FPN с направляющим краем (EFPN) для решения задачи стратиграфической корреляции каротажных данных. Они решили проблему стратиграфической корреляции, дорабатывая модель EFPN и вводя боковой выход для направляющего края. Кроме того, они предложили гибридную функцию потерь, которая сочетала традиционные кросс-энтропийные потери с предложенными потерями на краю. Эти два улучшения были направлены на достижение точной стратиграфической корреляции каротажных данных.

Однако следует отметить, что эти методы имеют ограничения, так как они работают только с двумя скважинами. При работе с большим числом скважин эти подходы могут столкнуться с несоответствиями в корреляции.

В этом исследовании мы предлагаем усовершенствованный подход к автоматизации корреляции множества скважин. Используя методы машинного обучения, мы изучаем два основных алгоритма: минимальное остовное дерево (MST) и динамическое временное выравнивание (DTW). В алгоритме MST мы соединяем соседние скважины, имитируя традиционный подход геолога. Этот метод приводит к единственному, четкому минимальному остовному дереву, облегчая эффективную корреляцию скважин. Затем алгоритм DTW применяется к каждой паре скважин из алгоритма MST, учитывая

пики, впадины и наклоны для определения сходства. Для оценки нашего подхода мы применили его к набору данных месторождения Каратобе, с акцентом на нижнеюрский горизонт. Результаты показали значительное совпадение с ручной корреляцией и обозначили важный прогресс в автоматизации корреляции множеств скважин.

Материалы и методы исследований. В данном исследовании используются два основных алгоритма машинного обучения, а именно Минимальное остовное дерево (MST) и Динамическое временное выравнивание (DTW) для автоматической корреляции скважин.

Минимальное остовное дерево (MST)

Минимальное остовное дерево (MST) является подмножеством рёбер в неориентированном, связанном и взвешенном графе. Оно соединяет все вершины, не образуя циклов, и достигает минимально возможного общего веса рёбер (рисунки 1). Иными словами, это остовное дерево, сумма весов рёбер которого наименьшая. Алгоритм нахождения MST был впервые представлен в 1926 году чешским учёным Отакаром Борувкой [4]. MST находит применение в различных областях, в частности, при проектировании сетей, таких как компьютерные сети, телекоммуникационные сети, транспортные сети, сети водоснабжения и электрические сети.

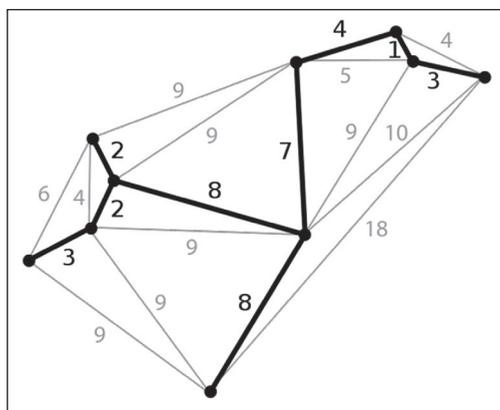


Рисунок 1 – Связанный, взвешенный по рёбрам неориентированный граф с Минимальным остовным деревом (источник: https://en.wikipedia.org/wiki/Minimum_spanning_tree)

В области компьютерных алгоритмов нахождение Минимального остовного дерева (MST) включает в себя создание двух отдельных множеств вершин: U и $V-U$. Множество U охватывает список посещённых вершин, в то время как $V-U$ включает список непосещённых. Постепенно процедура включает перенос вершин из множества $V-U$ в множество U , что осуществляется посредством соединения рёбер с минимальным весом, по одному за раз. Псевдокод алгоритма MST:

```

T = ∅;
U = { random first vertex };
while (U ≠ V)
let (u, v) be the lowest cost edge such that u ∈ U and v ∈ V - U;
T = T ∪ {(u, v)}
U = U ∪ {v}
    
```

При решении проблемы корреляции скважин вдохновение для использования MST возникло из изучения алгоритма Крускала для нахождения MST (1956) [5]. Действительно, в традиционном процессе корреляции скважин геологи обычно начинают с выбора скважины с наиболее полной информацией и продолжают коррелировать её с ближайшей скважиной. Этот процесс продолжается, выбирая ближайшую скважину к уже скоррелированным, повторяя аналогичные шаги алгоритму Крускала. Таким образом, процедура объединения соседних скважин может рассматриваться как нахождение MST, где скважины представлены как вершины, а расстояния между ними – как рёбра. В случаях, когда каждое ребро имеет уникальный вес, будет существовать единственное, отчётливо определённое MST.

Динамическая временная деформация (DTW)

Алгоритм динамической временной деформации (DTW) широко известен своей способностью измерять сходство между двумя временными рядами произвольной длины. Первое упоминание об этом алгоритме можно найти в 1950-х годах. С 1970-х годов DTW активно применяется в приложениях для распознавания речи, что подтверждают исследования, такие как Р. Кристиансен и К. Рашфорт (1977), К. Тапперт и С. Дас (1978), а также Х. Сакоэ (1979). Со временем DTW нашёл применение в различных других областях, включая транспорт (Z. Чжэн и др., 2022), медицину (Х. Лю и др., 2022), автоматизацию (М. Хан и др., 2022) и многие другие [6-12].

Как показано на рисунке 2, DTW представляет собой подход, который вычисляет оптимальное выравнивание между двумя заданными последовательностями, соблюдая определённые ограничения и принципы:

- Каждый индекс из первой последовательности должен быть сопоставлен с одним или несколькими индексами из второй последовательности, и наоборот.
- Сопоставление индексов из первой последовательности с индексами из второй должно следовать монотонно возрастающему шаблону, и наоборот.

Псевдокод для алгоритма DTW:

$path = \emptyset;$
 $i = rows(dtw);$

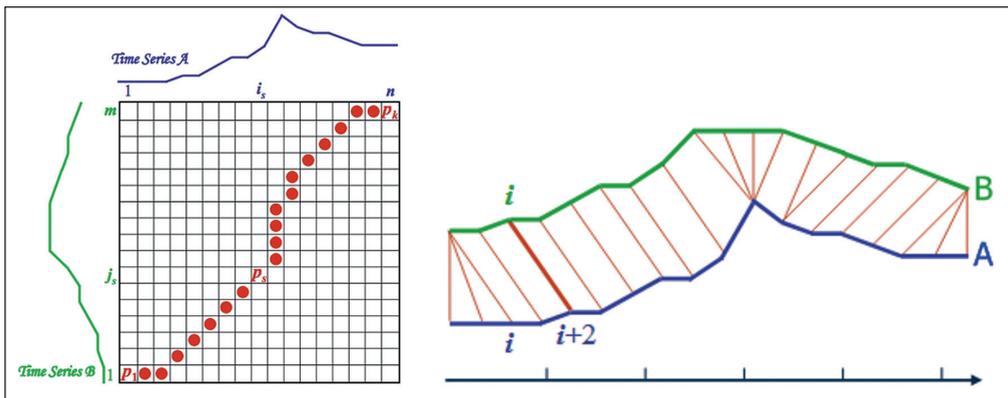


Рисунок 2 – Расстояние (слева) / Матрица ошибок (справа) DTW
 (источник: <https://medium.datadriveninvestor.com/dynamic-time-warping-dtw-d51d1a1e4afc>)

```

j = columns(dtw);
while (i > 1) & (j > 1)
  if i == 1 then
    j = j - 1
  else if j == 1 then
    i = i - 1
  else
    if dtw(i-1, j) == min {dtw(i - 1, j); dtw(i, j - 1); dtw(i - 1, j - 1)} then
      i = i - 1
    else if dtw(i, j-1) == min {dtw(i - 1, j); dtw(i, j - 1); dtw(i - 1, j - 1)} then
      j = j - 1
    else
      i = i - 1; j = j - 1
  end if
  path.add((i, j))

```

С другой стороны, исходя из основного принципа стратиграфии, известного как закон суперпозиции [13], говорится, что «внутри последовательности слоев осадочной породы, самый старый слой находится в основании, а слои становятся progressively моложе по мере подъема в последовательности». Этот принцип подразумевает, что применение алгоритма DTW для корреляции данных каротажа из двух смещенных скважин идеально подходит, так как оно не противоречит указанным выше ограничениям.

Исследовательская область

Набор данных

Набор данных, использованный в данном исследовании, получен с месторождения Каратобе, расположенного на суше в Казахстане. Он включает в себя каротажные данные 21 скважины в формате LAS, а также записи о глубинах кровли пластов и местоположениях скважин. На *рисунке 3* область исследования обозначена красным маркером. Анализ в основном сосредоточен на интервалах скважин, относящихся к нижнеюрским отложениям.

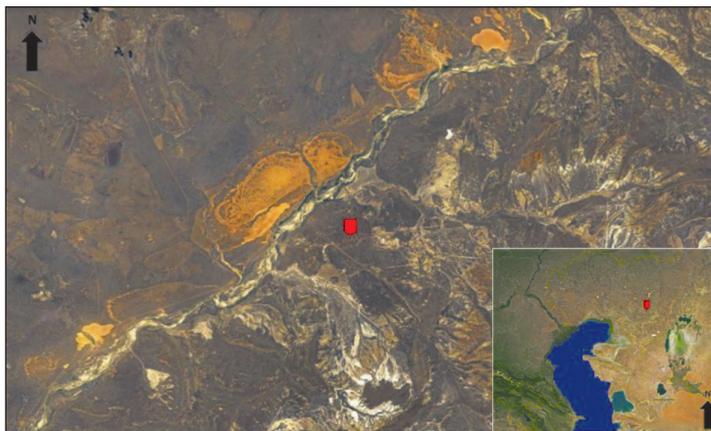


Рисунок 3 – Исследуемая область (месторождение Каратобе)

Окружающая среда юрского отложения (*рисунок 4*) в регионе характеризуется цикличностью процессов, связанных с условиями береговой зоны и континентальными условиями, преимущественно развиваются каналы, дельтовидные и береговые фации в этом разделе. Основные типы пород-коллекторов включают в себя мелкозернистый песчаник, аргиллит и глинистый сланец, образующие вертикальную композицию, называемую "глинисто-вкопанным песком". Исследуемый регион хорошо известен широким распространением соляно-купольной тектоники.

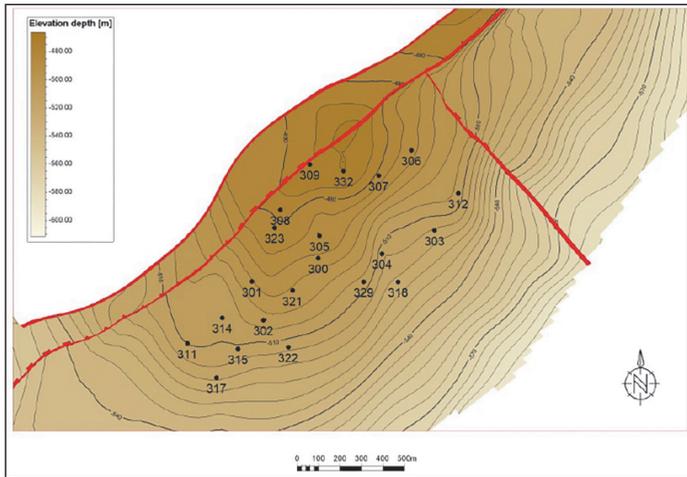


Рисунок 4 – Расположение скважин на структурной карте нижней юры

Для обеспечения точности интерпретации стратиграфической корреляции следует отметить, что результаты ручной интерпретации были тщательно проверены несколькими опытными геологами, специализирующимися на корреляции скважин и разрезов.

Детали реализации

Процесс автоматической корреляции скважин начинается с подготовки набора данных. Изначально выбирается конкретная кривая каротажа для использования. В данном исследовании была выбрана кривая гамма-каротажа из-за ее доступности и меньшей чувствительности к условиям скважины. Однако также могут быть использованы альтернативные кривые, такие как звуковой, нейтронный или плотности.

После того, как каротажные данные выбраны, они проходят серию автоматизированных этапов для подготовки данных. В первую очередь данные обрезаются путем удаления потенциальных выбросов, ограничивая их между 1-м и 99-м перцентилями набора данных. Затем данные масштабируются в диапазоне от 0 до 1, обеспечивая однородность между различными показаниями инструментов и избегая расхождений из-за различных масштабов (*рисунок 5*).

Все эти этапы подготовки данных автоматизированы для оптимизации процесса автоматической корреляции скважин.

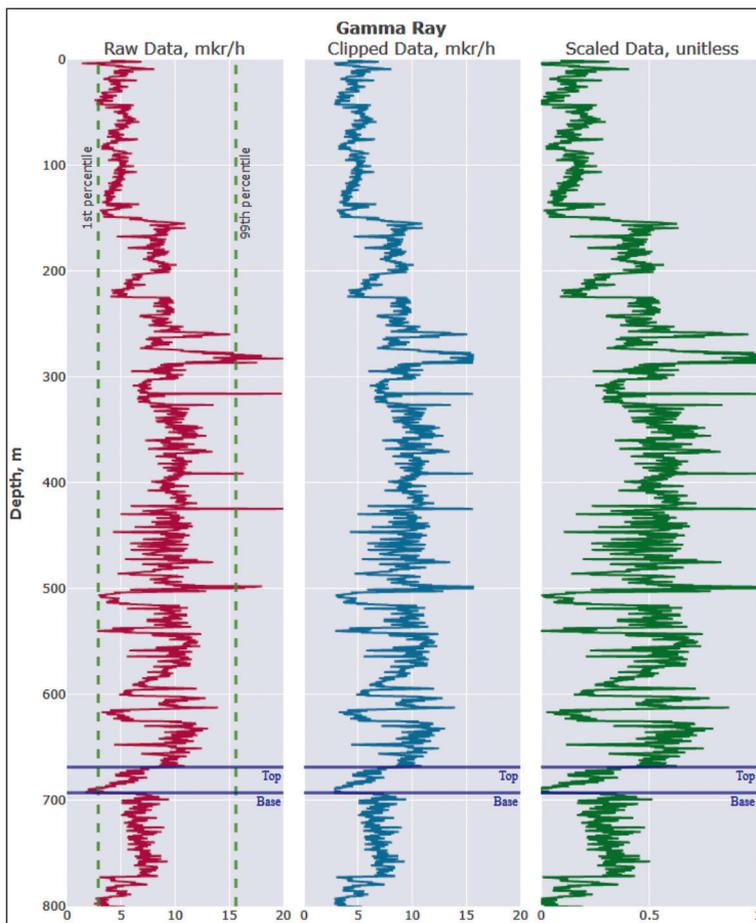


Рисунок 5 – Пример предварительной обработки данных для скважины 300

После очистки данных применяются алгоритмы Минимального остовного дерева (MST) и Динамического Временного Выравнивания (DTW), используя язык программирования Python. Поскольку оба алгоритма относятся к категории необучаемых, ручные интерпретации верхних границ формаций не используются в процессе корреляции. Вместо этого эти интерпретации служат эталоном для оценки производительности автоматической корреляции каротажных кривых скважин.

Настройка и критерии производительности

Для оценки эффективности алгоритмов мы сосредоточились на продуктивном горизонте, а именно на нижнеюрском, который включал вручную интерпретированные глубины кровли пластов. Далее мы вычислили сумму абсолютных отклонений между вручную интерпретированными глубинами кровли и предсказанными глубинами, полученными с помощью алгоритмов. Это послужило метрикой для проверки работы и точности алгоритмов.

Результаты и обсуждение. Начиная с первой скважины, обозначенной как "300", был применен алгоритм Минимального остовного дерева (MST), что привело к объ-

единению 21 скважины в 20 пар без каких-либо циклических связей (рисунк 6). Этот алгоритм верно воспроизводит рабочий процесс, используемый геофизиками во время корреляции скважин, так как процесс корреляции идет от выбранной скважины к ближайшей соседней скважине.

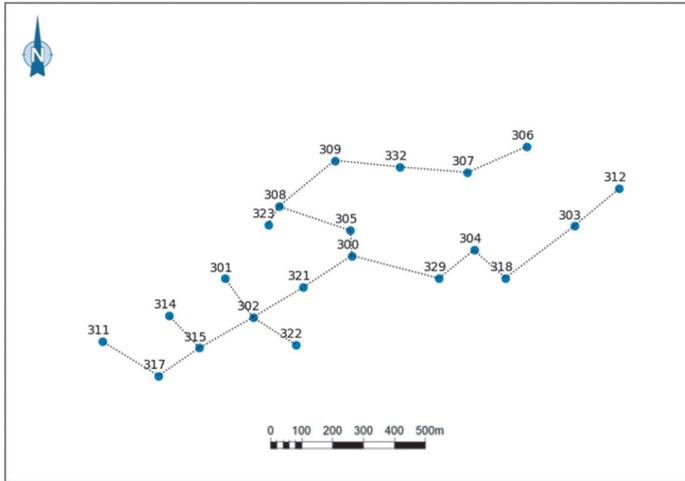


Рисунок 6 – Парирование скважин с использованием алгоритма MST

Затем алгоритм Динамического Варьирования Времени (DTW) применяется к каждой паре скважин, полученной из алгоритма MST. DTW анализирует пики, впадины и наклоны кривых скважин, учитывая изменяющиеся запаздывания и фазы, для определения коэффициента сходства. Ниже, на рисунке 7, предоставлена корреляция между верхними отложениями продуктивного горизонта в паре скважин "300" и "321".

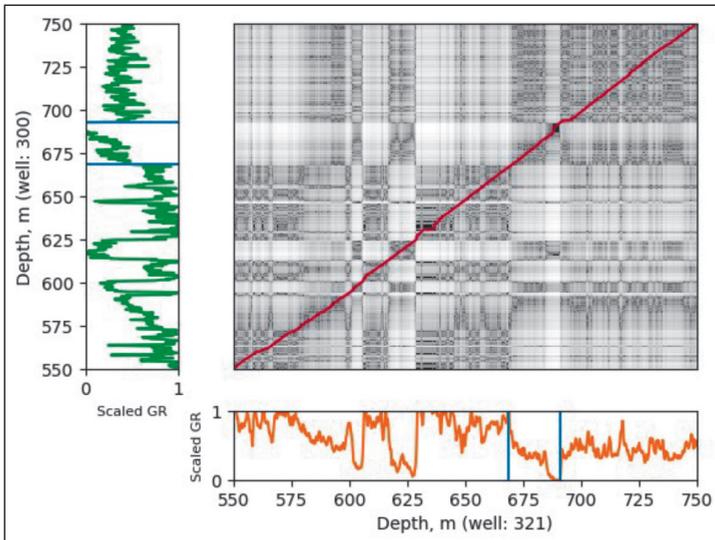


Рисунок 7 – Расстояние DTW между скважинами 300 и 321

На *рисунке 8* представлена секция скважин, отображающая данные гамма-лучевых каротажей из четырех конкретных скважин: 323, 300, 329 и 318. Эти скважины были стратегически выбраны в направлении с северо-запада на юго-восток для анализа. Цвета на графике отражают результаты, полученные с использованием двух различных алгоритмов: динамической временной деформации (DTW) и Минимального остовного дерева (MST). Красные линии на рисунке отображают корреляцию скважин, определенную геологом вручную.

При ближайшем рассмотрении *рисунка 8* становится очевидным, что результаты корреляции, полученные с применением методов машинного обучения, в частности DTW и MST, тесно соответствуют ручным корреляциям, выполненным геологом. Это соответствие свидетельствует о высокой степени точности и надежности процесса машинной корреляции. Из 21 скважины, проанализированных в данном исследовании, 17 (81%) показывают корреляции, которые хорошо согласуются с традиционной ручной оценкой. Кроме того, средняя ошибка для этих скоррелированных скважин составляет всего 1 метр, что подтверждает высокую точность машинной корреляции.

Однако стоит отметить, что для четырех скважин в наборе данных результаты корреляции имеют несколько более значительные расхождения, со средней ошибкой около 5 метров. Несмотря на то, что эти отклонения остаются относительно малыми в рамках геологического анализа, они требуют дополнительного исследования для более глубокого понимания факторов, влияющих на эти расхождения.

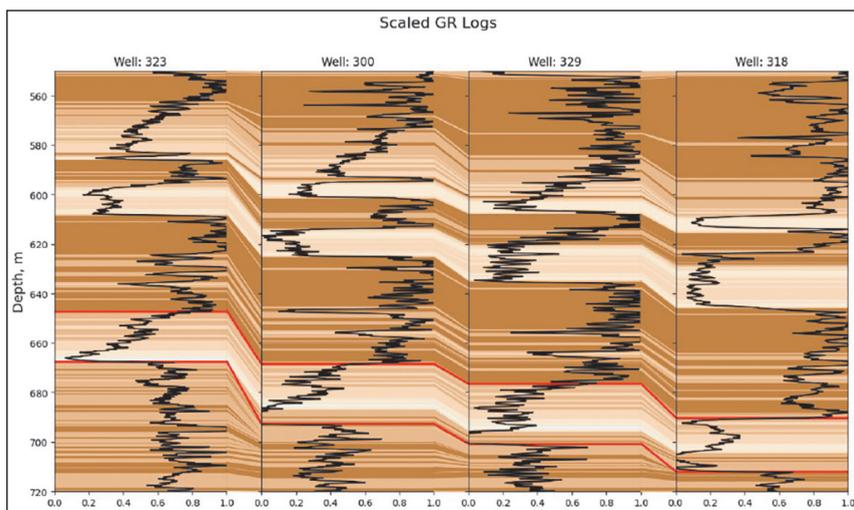


Рисунок 8 – Результаты корреляции: а) светлые цвета представляют корреляцию чистого песчаника б) коричневатые цвета представляют корреляцию глинистого песчаника с) красные линии обозначают ручную корреляцию

Заключение и выводы. В данной научной работе представлен усовершенствованный метод автоматизации корреляции скважин, основанный на использовании двух алгоритмов машинного обучения: Минимального остовного дерева (MST) и Динамической временной деформации (DTW). В то время как предыдущие исследования ограничивались корреляцией сигналов двух скважин с применением DTW,

наше исследование решает более сложную задачу – корреляцию множества скважин. Эта задача усложняется большим числом вариантов парирования скважин, что делает выбор оптимальной стратегии корреляции неопределённым. Особенностью нашего исследования является то, что оно впервые исследует потенциал алгоритма MST для парирования скважин с последующей парной корреляцией, несмотря на его широкое применение в других областях.

Результаты нашего исследования подтверждают эффективность использования комбинации этих двух алгоритмов для автоматизации корреляции множества скважин. Тем не менее, важно отметить, что полученные данные должны рассматриваться в контексте других доступных геологических данных. Хотя результаты нашего метода предоставляют ценную исходную интерпретацию, они предлагают быстрый и обоснованный подход к решению сложной задачи корреляции скважин, что является значительным шагом вперёд в области геологического анализа.

Следует отметить, что, несмотря на обнадеживающие результаты, наше исследование имеет свои ограничения. Как и в любом методе, основанном на машинном обучении, качество и количество входных данных играют ключевую роль в точности и надёжности результатов. Кроме того, геологические условия могут существенно различаться в зависимости от региона, и наш подход может потребовать адаптации и настройки для учета специфики местных условий. В связи с этим, мы призываем к проведению дальнейших исследований и валидации предложенного метода в различных геологических средах с целью оценки его универсальности и потенциала для более широкого применения в промышленности. 

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Youngjun H., Changbeom, K. Automatic Well Correlation by Aligning Multiple Wells using Deep Neural Networks // Abu Dhabi International Petroleum Exhibition & Conference, Abu Dhabi, UAE, November 2020, <https://doi.org/10.2118/202908-MS>
- 2 Sara B. et al. Automated Well Correlation using Machine Learning and Facial Recognition Techniques / Abu Dhabi International Petroleum Exhibition & Conference, Abu Dhabi, UAE, November 2020, <https://doi.org/10.2118/203301-MS>
- 3 Naihao L. et al. The edge-guided FPN model for automatic stratigraphic correlation of well logs // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2022. – № 218. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110985>
- 4 Nesetril J., et al. Otakar Boruvka on minimum spanning tree problem - translation of both the 1926 papers, comments, history // Discrete Mathematics. – 2001. – № 233.– № (1-3). [https://doi.org/10.1016/S0012-365X\(00\)00224-7](https://doi.org/10.1016/S0012-365X(00)00224-7)
- 5 Kruskal J.B. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem // Proceedings of the American Mathematical Society. – 1956. – №, 150(9). <https://doi.org/10.2307/2033241>
- 6 Bellman R., Kalaba R. On adaptive control processes // IRE Transactions on Automatic Control. – 1959. <https://doi.org/10.1109/TAC.1959.1104847>
- 7 Christiansen R., Rushforth C. Detecting and locating key words in continuous speech using linear predictive coding // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 25(5), 361-367, <https://doi.org/10.1109/TASSP.1977.1162983>

- 8 Tappert C., Das, S. Memory and time improvements in a dynamic programming algorithm for matching speech patterns // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1978, <https://doi.org/10.1109/TASSP.1978.1163149>
- 9 Sakoe H. Two-level DP-matching--A dynamic programming-based pattern matching algorithm for connected word recognition // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 1979, <https://doi.org/10.1109/TASSP.1979.1163310>
- 10 Zheng Z. et al. A Fused Method of Machine Learning and Dynamic Time Warping for Road Anomalies Detection // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. –2022. <https://doi.org/10.1109/TITS.2020.3016288>
- 11 Liu X., Zheng Y., Yi X., Nepal S. Privacy-Preserving Collaborative Analytics on Medical Time Series Data // IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing. – 2022, <https://doi.org/10.1109/TDSC.2020.3035592>
- 12 Khan M., Seo J., Kim, D. Modeling of Intelligent Sensor Duty Cycling for Smart Home Automation // IEEE Transactions on Automation Science and Engineering. – 2022. <https://doi.org/10.1109/TASE.2021.3084631>
- 13 Britannica. The Editors of Encyclopedia. "law of superposition". Encyclopedia Britannica, 2023, <https://www.britannica.com/science/law-of-superposition>.